

O GeoGebra como recurso na promoção da interdisciplinaridade na educação básica: a geometria das bandeiras

Inês Naves Cunha de Oliveira ¹ 

Thiago Porto de Almeida Freitas 

Resumo

O presente artigo apresenta uma proposta de atividade matemática desenvolvida em contexto interdisciplinar para estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Uberlândia no estado de Minas Gerais. A atividade subsidiou uma investigação ocorrida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat e abordou aspectos históricos, geométricos, artísticos e de legislações das bandeiras: do Brasil, do estado de Minas Gerais e do município de Uberlândia. Em especial, os elementos geométricos foram explorados com o *software* GeoGebra no laboratório de informática da escola. A partir dessa experiência, observou-se uma mudança no comportamento dos estudantes e na receptividade dos conteúdos matemáticos explorados. Ademais, o envolvimento de professores de outras áreas contribuiu para o melhor entendimento dos educandos acerca das bandeiras e de aspectos correlacionados.

Palavras-chave: Bandeiras; GeoGebra; Geometria; Interdisciplinaridade.

Abstract

This article presents a proposal for mathematical activity developed in an interdisciplinary context for students in the sixth year of elementary school at a municipal school in the city of Uberlândia in the state of Minas Gerais. The activity supported an investigation that took place within the scope of the Professional Master's in Mathematics in the National Network - PROFMAT and covered historical, geometric, artistic and legislative aspects of the flags: of Brazil, the State of Minas Gerais and municipality of Uberlândia. In particular, the geometric elements were explored with the GeoGebra software in the school's informatics laboratory. From this experience, there was a change in the students' behavior and in the receptivity of the mathematical contents explored. In addition, the involvement of teachers from other areas contributed to a better understanding of students about the flags and related aspects.

Keywords: Flags; GeoGebra; Geometry; Interdisciplinarity.

¹Bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Capes durante o Profmat.

1. Introdução

A matemática é uma das disciplinas que mais provocam queixas por estudantes e professores. De um lado, estudantes reclamam da dificuldade de aprender tópicos abstratos, sobre os quais, *a priori*, não enxergam a relação com seu cotidiano. Por outro lado, professores ficam insatisfeitos com o índice de aproveitamento da turma, que não atinge sua expectativa. Não são raras as vezes em que, dentro de sala de aula, o professor ouve determinadas expressões: “Não entendi nada!”; “Esse negócio é muito difícil!”; “O que é que eu vou fazer com isso?”; “Eu não vou seguir na área de Matemática, então pra que eu estou estudando isso?”.

Segundo Miorim e Fiorentini,

As dificuldades encontradas por alunos e professores no processo de ensino-aprendizagem da matemática, em todas as suas áreas, são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado nesta disciplina, ou, então, mesmo que aprovado, sente dificuldade em utilizar o conhecimento matemático “adquirido”; em síntese, não consegue efetivamente ter acesso a esse saber de fundamental importância. (Miorim e Fiorentini, 1990, p1)

No âmbito do ensino de geometria, Lorezato aponta

A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade de não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. (Lorenzato, 1995, p4)

A aprendizagem de conceitos geométricos no Ensino Fundamental é de extrema importância à continuidade dos estudos matemáticos, uma vez que tais conceitos entrelaçam-se com outras áreas da Matemática e do conhecimento. Dessa maneira, é importante relacionar atividades geométricas para além daquelas que estão nos livros didáticos. Assim, ações com outras disciplinas e recursos podem ser uma ótima alternativa, isto é, promoção de momentos interdisciplinares na escola.

Segundo Berger,

interdisciplinaridade é a interação existente entre duas ou mais disciplinas. Essa interação pode ir desde a simples comunicação das ideias até à integração mútua dos conceitos diretivos, da epistemologia, da terminologia, da metodologia, dos procedimentos, dos dados e da organização da investigação e do ensino correspondentes. (Berger, 1972, p24)

Nesse contexto, em uma escola municipal da cidade de Uberlândia, em Minas Gerais, foi desenvolvida, com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, uma experiência interdisciplinar. A partir

de atividades inseridas nas aulas de Artes, História, Matemática e Português, onde foram explorados diversos contextos da temática das bandeiras, que se constituem símbolos representativos de países e estados.

Foram escolhidas as bandeiras do Brasil, do estado de Minas Gerais e da cidade de Uberlândia. A disciplina de Artes promoveu discussão em torno de elementos artísticos das referidas bandeiras. Nas aulas de História ocorreu o estudo de cada uma das bandeiras sob a perspectiva histórica de sua idealização e dos significados das cores. A disciplina de Português aprofundou-se na linguagem utilizada para redigir a legislação de cada uma das bandeiras. Nas aulas de Matemática, no laboratório de informática da escola, foram realizadas as construções geométricas das bandeiras com o apoio do *software* GeoGebra.

Pormenorizar as atividades das disciplinas de Artes, de História e Língua Portuguesa não constitui o escopo deste artigo. Na próxima seção, com respaldo das respectivas legislações, apresentamos, respectivamente, as construções geométricas das bandeiras do Brasil, de Minas Gerais e de Uberlândia, que ocorreram nas aulas de Matemática. Em caixas coloridas exibimos comentários para que professores de matemática potencializem a realização de experiência semelhante em sua sala de aula: caixa amarela informa uma estimativa de tempo para a construção da bandeira, caixa vermelha apresenta a conexão da atividade com as habilidades da Base Nacional Comum Curricular e a caixa verde traz reflexões relativas ao GeoGebra e aos conceitos matemáticos abordados na atividade.

2. Construção de Bandeiras

As construções geométricas das bandeiras foram baseadas nas legislações e realizadas no *software* GeoGebra *Classic 5*. As construções tiveram ênfase em conteúdos do sexto ano do Ensino Fundamental, mas podem ser adaptadas para aprofundar em conteúdos de outras séries da educação básica. Em sala de aula, as construções podem se tornar mais atraentes se realizadas de forma dialogada com os alunos e paralela ao estudo dos conteúdos matemáticos relacionados.

2.1. A Bandeira do Brasil

⊗ Para a construção da bandeira do Brasil, com o apoio do GeoGebra, estimam-se 2 aulas, tendo em vista que não serão criadas as estrelas e a frase da bandeira.

O formato da bandeira do Brasil é descrito no Art. 5º e no anexo II da Lei Nacional N º 5.700, de 1º de setembro de 1971.

O supracitado artigo é taxativo em seus dois primeiros incisos:

I- Para cálculo das dimensões, tomar-se-á por base a largura desejada, dividindo-se esta em 14 (quatorze) partes iguais. Cada uma das partes será considerada uma medida ou módulo.

II- O comprimento será de vinte módulos (20M).

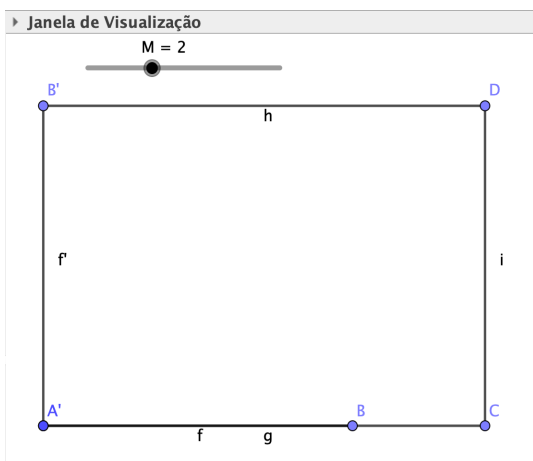
(BRASIL, 1971, p1)

A partir de uma análise do referido texto legal, constata-se que a bandeira nacional possui formato geométrico de um retângulo com comprimento e largura, respectivamente, $20M$ e $14M$, onde M é uma medida a ser adotada para a construção. Para a construção desse, apresentamos uma possibilidade de roteiro de rotinas a serem executadas no ambiente do GeoGebra, onde *Eixos* e *Malha* devem ser ocultados na *Janela de Visualização*.

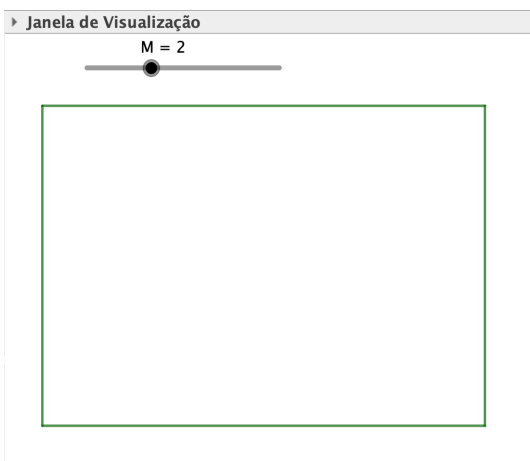
☞ Habilidades da Base Nacional Comum Curricular: **EF06MA19**, **EF06MA20**, **EF06MA21** e **EF06MA22**.

- **Passo 1 - BRA:** Crie um *Controle Deslizante* M e de parâmetros de intervalo: mínimo 1 , máximo 5 e incremento 1 ;
- **Passo 2 - BRA:** Com o recurso *Segmento de Comprimento Fixo*, crie o segmento AB de comprimento $14M$. Este segmento será criado horizontalmente, entretanto precisa se apresentar na vertical, como a largura da bandeira. Para isso, com a ferramenta *Rotação em Torno de um Ponto*, gire 90 graus, no sentido anti-horário, o segmento AB em torno do ponto A e obtenha o segmento $A'B'$;
- **Passo 3 - BRA:** Com *Segmento de Comprimento Fixo*, obtenha os segmentos AC e $B'D$ de comprimento $20M$;
- **Passo 4 - BRA:** Com *Segmento*, construa o segmento CD para obter o retângulo $A'CDB'$;
- **Passo 5 - BRA:** Com botão direito do *mouse*, apague o segmento AB e o ponto B . Na sequência, em *Propriedades*, fixe e desabilite o *Exibir Rótulo* de todos os elementos da *Janela de Visualização*, e desabilite a *Exibição do Objeto* dos vértices do retângulo $A'CDB'$;
- **Passo 6 - BRA:** Em *Propriedades*, coloque os objetos da *Janela de Visualização*, os lados do retângulo da bandeira, na cor verde.

☞ A alteração do valor do *Controle Deslizante* permitirá a visualização de vários tamanhos de retângulo com as propriedades construídas. Para a atividade sugerimos adotar $M = 2$, para ilustração completa do retângulo na *Janela de Visualização*.



(a) Após Passo 4 - BRA.



(b) Após Passo 6 - BRA.

Figura 1: Construção do Retângulo da Bandeira do Brasil.

O terceiro inciso do Art. 5º da legislação da Bandeira Nacional explicita que

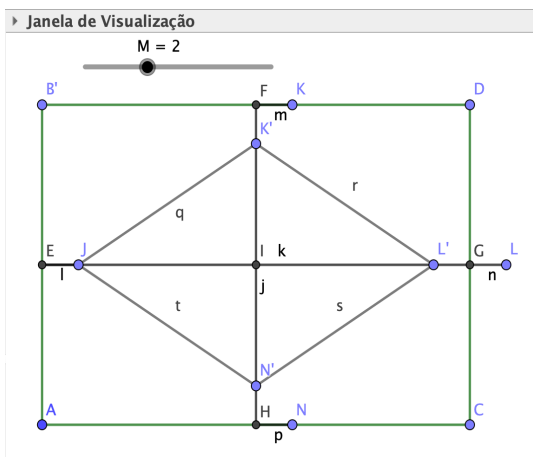
III- A distância dos vértices do losango amarelo ao quadro externo será de um módulo e sete décimos ($1,7M$).

(BRASIL, 1971, p1)

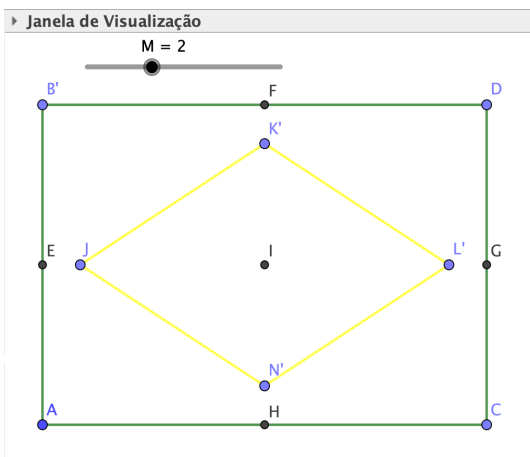
Conforme trecho legal supracitado, para continuidade da construção é preciso determinar os vértices do losango amarelo e, como consequência, obter seus lados. Para isso, sugerem-se os seguintes passos de construção.

- **Passo 7 - BRA:** Com a ferramenta *Ponto Médio ou Centro*, encontre os pontos médios de todos os lados do retângulo construído;
- **Passo 8 - BRA:** Una, por meio da ferramenta *Segmento*, os pontos médios dos lados paralelos do retângulo e obtenha dois segmentos perpendiculares;
- **Passo 9 - BRA:** A partir da ferramenta *Interseção de Dois Objetos*, exiba o ponto de interseção dos segmentos perpendiculares construídos no passo anterior;
- **Passo 10 - BRA:** Por meio de raciocínio análogo ao Passo 2, encontre os vértices do losango, com o recurso *Segmento com Comprimento Fixo* com comprimento de $1.7M$. Em *Propriedades*, fixe os vértices do losango;
- **Passo 11 - BRA:** Una os pontos encontrados no passo anterior, com a ferramenta *Segmento* e obtenha o losango da bandeira.
- **Passo 12 - BRA:** Desabilite as marcações de *Exibir Rótulo* dos lados do losango obtido no Passo 11. Desabilite *Exibir Objeto* dos segmentos criados e que não são lados do retângulo e do losango, de modo a manter visíveis à interseção o centro da bandeira, os pontos médios dos lados

do retângulo e os vértices do losango e retângulo da bandeira. Por fim, atribua a cor amarelo para os lados do losango.



(a) Após Passo 11- BRA.



(b) Após Passo 12 - BRA.

Figura 2: Construção do Losango da Bandeira do Brasil.

Para executar o preenchimento em verde e amarelo, respectivamente, do retângulo e do losango da bandeira, tem-se:

- Passo 13 - BRA:** Utilize a ferramenta *Polígono*. Como o losango está sobreposto ao retângulo, para colorir a região descoberta, construa os heptágonos $AHN'JK'FB'$ e $HCDFK'L'N'$, e, a partir de *Propriedades*, faça a escolha da cor verde-escuro com *Transparência* 100;
- Passo 14 - BRA:** Com a mesma ferramenta do passo anterior, construa o losango $N'L'K'J$ e preencha ele com a cor amarelo e *Transparência* 100.

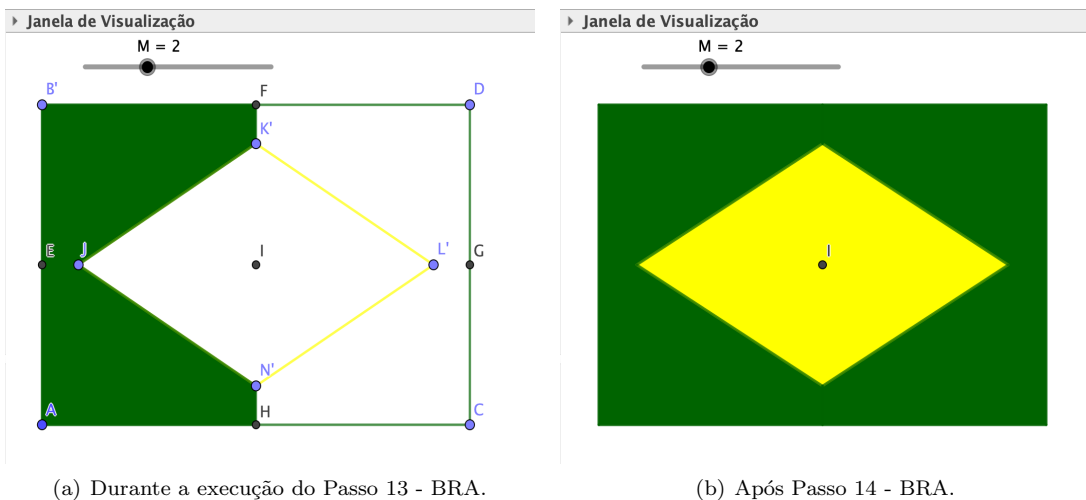


Figura 3: Retângulo e Losango da Bandeira do Brasil.

O quarto inciso do Art. 5º da legislação da Bandeira Nacional define que

IV- O círculo azul no meio do losango amarelo terá o raio de três módulos e meio ($3,5M$).

(BRASIL, 1971, p1)

Com o auxílio da ferramenta *Círculos Dados Centro e Raio* construa um círculo centrado no ponto I com raio $3,5M$. Em *Propriedades*, escolha a cor azul com *Transparência* igual a 100%. Por fim, desabilite o *Exibir Rótulo* do círculo construído e o *Exibir Objeto* do ponto I.



Figura 4: Construção Parcial da Bandeira do Brasil.

Os quinto e sexto incisos do Art. 5º da legislação da Bandeira Nacional traz:

V- O centro dos arcos da faixa branca estará dois módulos ($2M$) à esquerda do ponto do encontro do prolongamento do diâmetro vertical do círculo com a base do quadro externo (ponto C indicado no Anexo nº 2).

VI- O raio do arco inferior da faixa branca será de oito módulos ($8M$); o raio do arco superior da faixa branca será de oito módulos e meio ($8,5M$).

(BRASIL, 1971, p1)

Para a construção da faixa, esboce os arcos de raios $8M$, $8,1M$, $8,2M$, $8,3M$, $8,4M$ e $8,5M$, com centro no ponto que dista $2M$ à esquerda do ponto médio do lado inferior do retângulo da bandeira. Por se tratar de rotinas semelhantes, indicamos neste espaço a construção do arco da faixa de $8M$.

- **Passo 15 - BRA:** Com a ferramenta *Segmento com Comprimento Fixo*, construa um segmento, de origem o ponto médio do lado inferior do retângulo da bandeira, com comprimento $2M$;
- **Passo 16 - BRA:** Utilize o recurso *Rotação em Torno de um Ponto* e encontre a rotação de 180 graus do ponto obtido no passo anterior em torno do ponto médio do segmento;
- **Passo 17 - BRA:** Com *Círculos dados Centro e Raio*, construa um círculo centrado no ponto obtido em Passo 16 e de raio igual a $8M$;
- **Passo 18 - BRA:** Determine a interseção do círculo do Passo 17 com o círculo azul da bandeira. Observe que essa interseção dar-se-á em dois pontos distintos. Em seguida, oculte o círculo do passo anterior, de modo a deixar exibidos o centro e os pontos de interseção encontrados;
- **Passo 19 - BRA:** Com a ferramenta *Arco Circular* construa o arco de centro igual ao da circunferência ocultada no Passo 18 e que passe pelos pontos de interseção. Em *Propriedades* atribua branco ao traço do arco circular. Em *Estilo* coloque a *Opacidade do Traço* igual a 100 .



(a) Durante a execução do Passo 18 - BRA.



(b) Após Passo 19 - BRA.

Figura 5: Construção da Faixa da Bandeira do Brasil.

Após a construção de todos os arcos anteriormente mencionados, por meio de raciocínio análogo conforme feito para o de raio $8M$, obtém-se a Bandeira Nacional.



Figura 6: Bandeira do Brasil.

☞ Conforme apontado por Giraldo, Caetano e Mattos (2012, p81) é importante explorar não só as potencialidades como também as limitações técnicas do computador. Assim, após o **Passo 19 - BRA**, o professor fica diante de uma dessas limitações, pois dependendo da partição feita na faixa, após o final da construção dos arcos, poderá ser exibida uma faixa com “falhas”, que dependem da escolha de M e do *zoom* dado na *Janela de Visualização*.

2.2. A Bandeira do Estado de Minas Gerais

☹ Para a construção da bandeira de Minas Gerais, com o apoio do GeoGebra, estima-se 1 aula, visto que não serão criadas as letras da bandeira.

☞ Habilidades da Base Nacional Comum Curricular: **EF06MA18**, **EF06MA19**, **EF06MA20**, **EF06MA21**, **EF06MA23**, **EF06MA25** e **EM06MA27**.

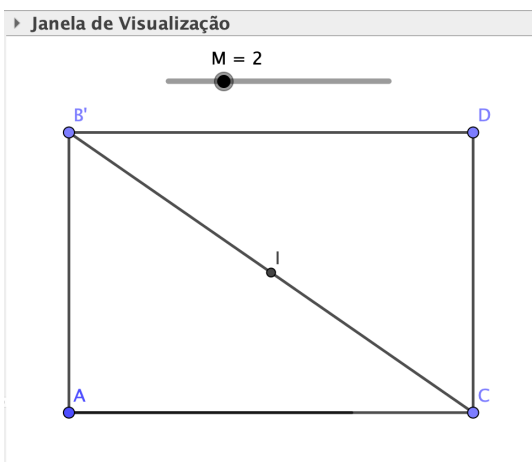
O formato da bandeira do estado de Minas Gerais está descrito no Art. 2º da Lei Estadual de Minas Gerais nº 2.793, de 8 de janeiro de 1963, que traz,

A Bandeira do Estado de Minas Gerais tem os seguintes desenho e forma: um retângulo em branco com 20 (vinte) módulos de comprimento e 14 (quatorze) módulos de largura; ao centro, um triângulo equilátero em vermelho com 8 (oito) módulos de cada lado, tendo no lado superior esquerdo a palavra ‘LIBERTAS’, no lado superior

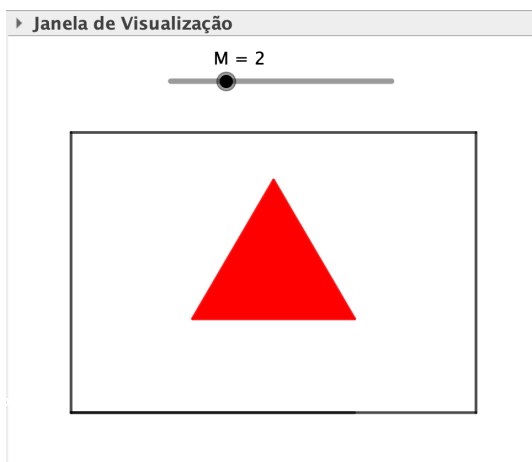
direito as palavras “QUAE SERA” e na base a palavra “TAMEN”, as quais palavras são em TIPO ROMANO, com letras de $\frac{2}{3}$ de módulo em altura e separadas do triângulo por $\frac{1}{3}$ do módulo, formando no conjunto a frase “Libertas quae sera tamen”, que é a divisa da Inconfidência Mineira. (MINAS GERAIS, 1963, p1)

O retângulo da bandeira do estado de Minas Gerais possui as mesmas dimensões da bandeira do Brasil, assim omitimos a sua construção, pois está nos passos de 1 a 6 da subseção anterior, exceto a cor pois, no contexto, é branco. Desse modo, falta construir no centro do retângulo um triângulo equilátero vermelho com 8 módulos de lado. Para isso:

- Passo 1 - MG:** Para localizar o centro da bandeira, trace com *Segmento* uma das diagonais do retângulo, e, na sequência, com o recurso *Ponto Médio ou Centro*, aplicado à diagonal criada, para obter o ponto desejado. Em *Propriedades* desabilite *Exibir Objeto* relacionado à diagonal criada. Atente-se de deixar exibido no interior do retângulo apenas o centro do retângulo;
- Passo 2 - MG:** Com o recurso *Segmento com Comprimento Fixo*, construa um segmento, com origem no centro do retângulo, de comprimento $\frac{8\sqrt{3}M}{3}$. Em seguida, com *Rotação em Torno de um Ponto*, gire 90 graus, no sentido anti-horário, o segmento em torno do centro do retângulo. O vértice do segmento obtido, que não é o centro, será o vértice superior do triângulo da bandeira.
- Passo 3 - MG:** A partir do vértice obtido no Passo 2, com *Segmento com Comprimento Fixo*, crie um segmento de tamanho 8M. Com a ferramenta *Rotação em Torno de um Ponto*, faça duas rotações do segmento criado, no sentido horário, de 60 e 120 graus, de modo a obter os demais vértices do triângulo da bandeira.
- Passo 4 - MG:** Com *Polígonos*, una os pontos obtidos nos Passos 2 e 3 e crie o triângulo da bandeira. Em *Propriedades* desabilite *Exibir Objeto* dos pontos e segmentos que auxiliaram a construção do triângulo equilátero. Ademais, atribua a cor vermelho com *Transparência* 100.



(a) Durante a execução do Passo 1 - MG.



(b) Após Passo 4 - MG.

Figura 7: Construção da Bandeira de Minas Gerais.

2.3. A Bandeira da Cidade de Uberlândia

☉ Para a construção da bandeira de Uberlândia, com o apoio do GeoGebra, estimam-se 4 aulas.

O desenho e a forma da bandeira do município de Uberlândia estão no memorial descritivo do anexo da Lei Municipal de Uberlândia nº 3.191, de 22 de setembro de 1980.

☞ Habilidades da Base Nacional Comum Curricular: **EF06MA16**, **EF06MA18**, **EF06MA19**, **EF06MA21**, **EF06MA22**, **EF06MA25** e **EF06MA27**.

O memorial descritivo traz os significados das cores e dos elementos geométricos da bandeira. Em especial, os primeiro e segundo parágrafos explicitam que

A Bandeira do Município de Uberlândia tem as dimensões de 1,80m × 1,20m.

A dimensão maior, de 1,80m de comprimento da bandeira, é dividida em duas partes iguais, de 90cm cada, no sentido vertical. A outra dimensão, ou seja, a menor, de 1,20m é, também, dividida em duas partes proporcionais, desiguais, no sentido horizontal, sendo uma correspondente a 2/3 da dimensão, 80 cm, parte superior, e a outra, 1/3 da dimensão, 40cm, parte inferior; a parte de cima, a maior porção, tem a cor azul e representa o nosso céu, a parte de baixo, a porção menor, tem a cor verde e representa o nosso campo, nossa terra, o Município de Uberlândia. (UBERLÂNDIA, 1980, p1)

Em virtude do modo de explicação da bandeira de Uberlândia, optou-se por sua construção no plano cartesiano, com a inserção de pontos por meio de suas coordenadas. Nesse sentido, na *Janela de Visualização* do GeoGebra devem estar os *Eixos* e a *Malha*. Adotou-se que a bandeira seria construída no primeiro quadrante do plano coordenado, com dois de seus lados sobre os eixos x e y.

☞ Os pontos foram inseridos no GeoGebra via digitação na *Entrada* de suas coordenadas.

- **Passo 1 - UDI:** Marque os pontos A(0, 0), B(18, 0), C(18, 12) e D(0, 12) que consistirão dos vértices da bandeira. Em *Propriedades*, de cada ponto, habilite *Fixar Objeto*;
- **Passo 2 - UDI:** Com a ferramenta *Segmento* construa os lados da bandeira, a saber: AB, BC, CD e AD. Em *Propriedades*, de cada segmento, desabilite a função *Exibir Rótulo*;
- **Passo 3 - UDI:** Marque os pontos E(9, 0) e F(9, 12) que serão suporte para a reta que dividirá verticalmente a dimensão maior da bandeira. Em *Propriedades*, de E e F, habilite *Fixar Objeto*;
- **Passo 4 - UDI:** Com a ferramenta *Reta* construa a reta que passe pelos pontos E e F. Em *Propriedades* desabilite *Exibir Rótulo*;
- **Passo 5 - UDI:** Marque os pontos G(0, 4) e H(18, 4) que definirão a reta que dividirá o retângulo na proporção de $\frac{2}{3}$ da parte superior e $\frac{1}{3}$ da parte inferior. Em *Propriedades*, de G e H, habilite *Fixar Objeto*;

- **Passo 6 - UDI:** Com a ferramenta *Reta* construa a reta definida pelos pontos G e H. Em *Propriedades* desabilite a função *Exibir Rótulo*;
- **Passo 7 - UDI:** Com a ferramenta *Polígono* construa o quadrilátero GHCD. Em *Propriedades*, atribua a cor azul com *Transparência* 100 ao polígono. Em *Propriedades* desabilite a função *Exibir Rótulo* do quadrilátero e seus lados;
- **Passo 8 - UDI:** Com a ferramenta *Polígono* construa o quadrilátero ABHG. Em *Propriedades*, atribua a cor verde com *Transparência* 100 ao polígono. Em *Propriedades* desabilite a função *Exibir Rótulo* do quadrilátero e seus lados.

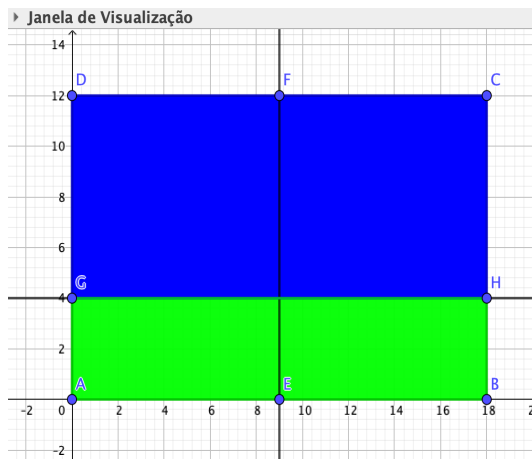


Figura 8: Retângulo da Bandeira de Uberlândia.

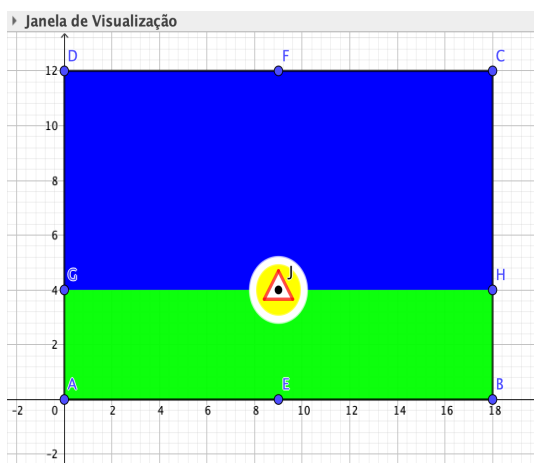
Na sequência do memorial descritivo da legislação da bandeira de Uberlândia tem-se

O centro ideal da bandeira é encontrado pelo cruzamento das linhas vertical com a horizontal. Determinado o centro ideal da bandeira têm-se, também, o centro do triângulo isósceles de altura igual a 10,40cm e 12cm de lado, sendo a sua base paralela à maior dimensão, distância de 3,4cm; o triângulo é de cor branca e em seus lados existe uma faixa de 0,8cm, de cor vermelha.

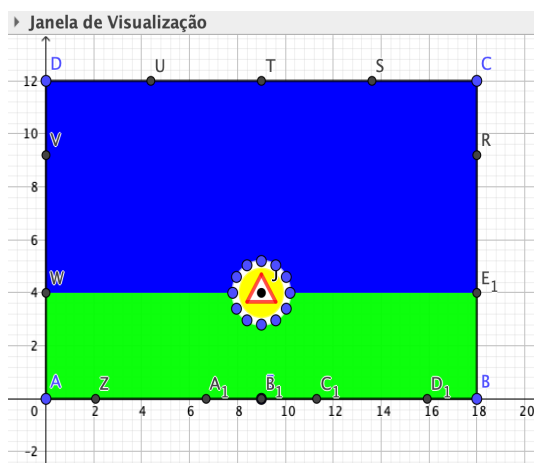
Do centro ideal da bandeira e do triângulo isósceles partem 12 eixos para formação de uma estrela de 12 pontas, de cor branca, e que representa o sistema viário, as vias de comunicação para todo o Brasil e que determinam o progresso de Uberlândia. O Triângulo lembra a região e o Estado de Minas Gerais.

Ainda, base no centro ideal da bandeira e do triângulo isósceles, traçam-se duas circunferências com raios de 9 cm e 12 cm, uma circunscrevendo o triângulo e a outra que determinará a origem das 12 pontas da estrela; a determinação das pontas das estrelas se faz dividindo a circunferência maior, em 12 partes iguais de 30º cada. A circunferência menor de cor amarelo representa as riquezas do município. (UBERLÂNDIA, 1963, p1)

- **Passo 9 - UDI:** Com *Interseção de Dois Objetos* encontre a interseção das retas construídas nos Passos 4 e 6. Em *Propriedades* desabilite *Exibir Objeto* das retas envolvidas nesse passo e deixe apenas o ponto de interseção. Para esse ponto atribua, em *Propriedades*, a *Camada* 8;
- **Passo 10 - UDI:** Com *Círculo dados Centro e Raio*, crie dois círculos, concêntricos com centro no ponto obtido no passo anterior, com raios iguais a 1.2 e 0.9 (nesta ordem). Em *Propriedades* atribua a cor branco com *Transparência* 100 para o círculo de maior raio e desabilite o rótulo. Em relação ao outro círculo, atribua a cor amarelo com *Transparência* 100 e desabilite o rótulo;
- **Passo 11 - UDI:** Como a base do triângulo isósceles tem 12cm e está distante 3,4cm do centro ideal da bandeira, marque os pontos $K(9, 3.66)$, $L(9.6, 3.66)$ e $M(8.4, 3.66)$;
- **Passo 12 - UDI:** Como a altura do triângulo isósceles é de 10,5cm, marque o ponto $N(9, 4.7)$;
- **Passo 13 - UDI:** Com *Polígonos*, esboce o triângulo MLN. Em *Propriedades* atribua a cor branco, *Transparência* 100 e *Camada* 9. E ainda, desabilite os rótulos dos elementos do triângulo;
- **Passo 14 - UDI:** Para ter a faixa vermelha que contorna o triângulo, com a ferramenta *Segmentos* obtenha os segmentos ML, LN e MN. Em *Propriedades* atribua, para cada um dos segmentos, a cor vermelho e a *Espessura da Linha* 7. Ademais, desabilite os rótulos dos segmentos;
- **Passo 15 - UDI:** Desabilite a opção *Exibir Objeto* nas propriedades dos pontos K, L, M e N;
- **Passo 16 - UDI:** Marque o ponto $P(10.2, 4)$. Os demais pontos que nortearão na construção das pontas são obtidos pela rotação sucessiva, em 30 graus, no sentido anti-horário, do ponto P em relação ao ponto J (centro da circunferência), com o recurso *Rotação em Torno de um Ponto*;
- **Passo 17 - UDI:** Crie, com *Semirreta*, as 12 semirretas com origem em J e que passem em cada um dos pontos criados no passo anterior. Os inícios das pontas da estrela consistirão da interseção da semirreta criada com a borda da bandeira. Encontre tais pontos com o recurso *Interseção de Dois Objetos*. Em *Propriedades*, desabilite *Exibir Objeto* das semirretas criadas no passo anterior e *Exibir Rótulos* dos pontos que consistem as pontas da estrela da bandeira.



(a) Após Passo 15 - UDI.



(b) Após Passo 17 - UDI.

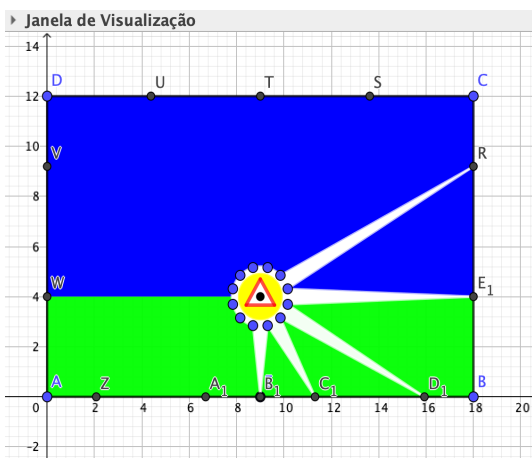
Figura 9: Construção da Bandeira de Uberlândia.

Do memorial descritivo da bandeira de Uberlândia tem-se ainda que

As pontas das estrelas, em número de 12, partem da linha que divide a maior dimensão em duas partes, no sentido horário, formando entre eixos das pontas um ângulo de 30° e com os seguintes comprimentos, $0,80 - 0,92 - 1,04 - 0,90 - 0,80 - 0,46 - 0,40 - 0,46 - 0,80 - 0,90 - 1,04 - 0,92$, com o seu interior de branco. As pontas das estrelas, em cor branco, representam, além do sistema viário, a paz, a tranquilidade, a ordem que reinam em Uberlândia. (UBERLÂNDIA, 1963, p1)

Assim, para finalizar a construção da estrela da bandeira, segue um roteiro de rotinas no GeoGebra:

- **Passo 18 - UDI:** Em *Propriedades* desabilite *Exibir Objeto* dos pontos criados na circunferência no Passo 16, com exceção do ponto P;
- **Passo 19 - UDI:** Com *Rotação em Torno de um Ponto*, faça a rotação do ponto P, de 15 graus, no sentido anti-horário, em torno do centro da circunferência. Desabilite a opção *Exibir Objeto* do Ponto P.
- **Passo 20 - UDI:** A partir do ponto obtido no passo anterior, faça sucessivas rotações de 30 graus, no sentido anti-horário, em torno do centro da circunferência. Desabilite a opção *Exibir Rótulo* dos pontos criados;
- **Passo 21 - UDI:** Com a ferramenta *Polígono*, crie triângulos cujos vértices são um ponto criado no Passo 17 e os dois pontos mais próximos do Passo 20 desse. Em *Propriedades* atribua a cor branco com *Transparência* 100 e desabilite o rótulo dos elementos envolvidos ao triângulo criado.



(a) Durante a Execução do Passo 21 - UDI.



(b) Após Passo 21 - UDI.

Figura 10: Bandeira de Uberlândia.

3. Considerações Finais

A experiência interdisciplinar exigiu dos professores envolvidos um planejamento conjunto das atividades desenvolvidas nas disciplinas de Artes, História, Língua Portuguesa e Matemática relacionadas às bandeiras do Brasil, de Minas Gerais e de Uberlândia.

No que tange à disciplina de Matemática, ao final das construções geométricas das referidas bandeiras, observou-se nos alunos: aumento no nível de curiosidade e motivação quanto à aula de matemática; melhoria na relação e interação com o professor, devido à organização diferenciada da aula que ocorria no laboratório de informática da escola; melhoria na aprendizagem dos conteúdos matemáticos envolvidos nas construções.

Em relação ao grupo de professores, a experiência potencializou a prática do diálogo e da partilha de informações para o desenvolvimento de um trabalho colaborativo, o que auxiliou na resolução de situações de conflito próprios do ambiente escolar.

Por fim, cabe destacar que atividades de construções geométricas de bandeiras podem ser inseridas nas aulas de matemática, e essas terão novas nuances e desafios a depender das escolhas de bandeiras realizadas pelo professor ou alunos. Em nosso contexto, com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, constitui-se um desafio a utilização de um número irracional no Passo 2 da construção da bandeira de Minas Gerais, visto que a construção deste conceito dar-se-á pela BNCC em habilidades vivenciadas a partir do oitavo ano do Ensino Fundamental. Adotou-se um comando do GeoGebra para o processo de construção do triângulo, mas para séries mais avançadas uma discussão mais aprofundada do número envolvido precisaria ser realizada em sala de aula pelo professor de matemática.

Agradecimentos

Os autores agradecem o(a) parecerista pelas contribuições apresentadas ao trabalho, à Secretaria Municipal de Educação de Uberlândia/MG e ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat da Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão.

Referências

- [1] BERGER, G. “*Conditions d’une problématique de l’interdisciplinarité*”. In: CERI (Ed). *L’Interdisciplinarité: problèmes d’enseignement et de recherche dans les Universités*. Paris: UNESCO/OCDE, 1972. pp21-24, apud POMBO, O. Contribuição para um vocabulário sobre interdisciplinaridade. In: POMBO, O.; GUIMARÃES, H.; LEVY, T. Interdisciplinaridade: reflexão e experiência. 2ª ed. Lisboa: Texto, 1994.
- [2] BRASIL. *Lei nº 5.700*, de 01 de Setembro de 1971. Dispõe sobre a forma e a apresentação dos Símbolos Nacionais, e dá outras providências. Brasília, 02 set. 1971. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/15700.htm>. Acesso em: 20 de abril de 2020.
- [3] GIRALDO, V., CAETANO, P. e MATTOS, F. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. Rio de Janeiro: Editora SBM. (2012), 415p. (Coleção Profmat)
- [4] LORENZATO, Sérgio. *Por que não Ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista*. Recife, v. 3, n. 4, pp3-13, 1995.
- [5] MINAS GERAIS. *Lei nº 2.793*, de 08 de Janeiro de 1963. Institui a bandeira de Minas Gerais. Belo Horizonte, 08 jan. 1963. Disponível em: <<https://leisestaduais.com.br/mg/>>

[lei-ordinaria-n-2793-1963-minas-gerais-institui-a-bandeira-do-estado-de-minas-gerais](#)>. Acesso em: 20 de abril de 2020.

- [6] MIORIM, M. A.; FIORENTINI, D. *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática*. Boletim da SBEM-SP, São Paulo, v. 4, n° 7, pp5-10, 1990.
- [7] UBERLÂNDIA. *Lei nº 3.191, de 22 de Setembro de 1980*. Cria a bandeira do município de Uberlândia. Uberlândia, 22 set. 1980. Disponível em: <<https://leismunicipais.com.br/a/mg/u/uberlandia/lei-ordinaria/1980/320/3191/lei-ordinaria-n-3191-1980-cria-bandeira-do-municipio-de-uberlandia?q=3191>>. Acesso em: 20 de abril de 2020.

Inês Naves Cunha de Oliveira
Escola Municipal Professor Otávio Batista Coelho Filho
<inesncoliveira@outlook.com>

Thiago Porto de Almeida Freitas
Universidade Federal de Goiás
<tpporto@ufg.br>

Recebido: 20/04/2020
Publicado: 02/07/2020