PROFESSOR DE MATEMÁTICA ONLINE
Revista eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática

PMO v.13, n.1, 2025
ISSN: 2319-023X
https://doi.org/10.21711/2319023x2025/pmo1302

Conectando teoria e prática no ensino de matemática no ensino médio através do método da secante

Vitaliano de Sousa Amaral   Thiago Vieira Plácido Araújo   Marcos Vinicio Travaglia

Resumo

O desenvolvimento do pensamento computacional também contribui para a compreensão de conceitos matemáticos no ensino médio. Neste artigo exploramos a importância da introdução de métodos iterativos, como o método da secante, no ensino desses níveis. Além disso, destacamos a relevância de abordagens interdisciplinares que conectam teoria e prática, preparando, deste modo, os alunos para desafios do mundo real. Apresentamos o método da secante como uma ferramenta acessível e eficaz para a determinação de raízes de funções, permitindo a exploração de conceitos matemáticos aplicados em contextos cotidianos. Através de atividades práticas, como investigar taxas de inflação ou comparar opções de financiamento, os alunos desenvolvem habilidades de resolução de problemas e compreendem a importância dos métodos numéricos na tomada de decisões. Este artigo serve como uma introdução ao método da secante e suas aplicações, incentivando os educadores a explorarem esses conceitos em sala de aula.

Palavras-chave: Método da secante; Ensino de matemática; Pensamento computacional; Métodos iterativos.

Abstract

The development of computational thinking also contributes to the understanding of mathematical concepts in high school. In this article, we explore the importance of introducing iterative methods, such as the secant method, in teaching at those levels. Additionally, we highlight the relevance of interdisciplinary approaches that connect theory and practice, preparing students for real-world challenges. We present the secant method as an accessible and effective tool for determining roots of functions, enabling the exploration of applied mathematical concepts in everyday contexts. Through practical activities, such as investigating inflation rates or comparing financing options, students develop problem solving skills and understand the importance of numerical methods in decision-making. This article serves as an introduction to the secant method and its applications, encouraging educators to explore these concepts in the classroom.

Keywords: Secant method; Mathematics education; Computational thinking; Iterative methods.

1. Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) [4] destacam a resolução de problemas como uma metodologia fundamental no ensino de Matemática. Embora muitos problemas do cotidiano não tenham solução

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

analítica, algoritmos computacionais simples podem oferecer respostas satisfatórias. Métodos iterativos são instruções (algoritmos) que geram através de condições iniciais e etapas anteriores uma sequência numérica convergindo para a solução exata. Com a crescente disponibilidade de recursos tecnológicos, é natural que os estudantes utilizem algoritmos para resolver problemas, o que se insere na abordagem emergente do Pensamento Computacional (PC) [15].

Além de desenvolver o pensamento computacional nos estudantes, a introdução de métodos iterativos no ensino médio é crucial, pois desperta a curiosidade e proporciona uma base sólida para a compreensão de conceitos computacionais. Essa abordagem prepara os alunos para os desafios tecnológicos em suas trajetórias educacionais e profissionais. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [3] destaca a importância do uso de algoritmos no desenvolvimento educacional e enfatiza que a linguagem algorítmica é semelhante à linguagem algébrica, especialmente em relação ao conceito de variável. Além disso, a capacidade de identificar padrões para estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos está intimamente ligada ao pensamento computacional.

Mais especificamente, a BNCC elenca quatro competências específicas para a área de Matemática e Suas Tecnologias no Ensino Médio, as quais queremos destacar:

- Competência 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas e tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

- Competência 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

- Competência 3: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

- Competência 4: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Além dessas quatro competências, temos também as seguintes habilidades:

- EM13MAT315: Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema;

- EM13MAT405: Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática;

- EM13MAT510: Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada;

- EM13MAT303: Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso;

- EM13MAT304: Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros;
- EM13MAT305: Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

Além do mais, temos de [7] a seguinte citação: ,

> *... as ferramentas computacionais constituem um importante mecanismo facilitador para o ensino de Matemática, em especial, para o ensino de temas relacionados ao cálculo de raízes.*

Recentemente, [5] produziu materiais didáticos voltados para a exploração de métodos iterativos, destinados a auxiliar professores do ensino básico. A pesquisa aborda conceitos fundamentais como erro absoluto e relativo, seguidos pela apresentação de teoremas importantes de Análise. Os métodos da bissecção e de Newton são detalhados, incluindo critérios e demonstrações de convergência. A proposta didática inclui um livro dinâmico na plataforma Geogebra e vídeos no YouTube, com o objetivo de guiar professores na apresentação do método de Newton para alunos do ensino médio.

Os métodos iterativos desempenham um papel essencial na determinação de raízes de funções e na resolução de equações não lineares, problemas clássicos com ampla aplicação em diversas áreas. Sem o uso desses métodos, a resolução de tais equações pode ser complexa ou até intratável. No ensino médio, é importante introduzir métodos numéricos simples para a localização de raízes, promovendo o entendimento de conceitos e propriedades algébricas e geométricas.

Desde a antiguidade, como por volta de 2000 a.C., os babilônios já buscavam calcular raízes de equações do segundo grau. No entanto, o avanço significativo veio com Niels Henrik Abel no século XVII, ao demonstrar que não existe fórmula fechada para encontrar as raízes de equações polinomiais de grau superior a quatro. Detalhes podem ser encontrados em [14].

No contexto atual do ensino médio, métodos como o da secante são adequados, pois sua abordagem intuitiva e baseada em conceitos básicos de funções pode ser ensinada sem a necessidade de cálculo avançado. Esse método iterativo pode ser introduzido a alunos do ensino fundamental e médio, desde que tenham familiaridade com o conceito de função e equação da reta. Mais detalhes sobre o método da secante podem ser encontrados em [13].

A introdução do método da secante pode ser ajustada ao nível dos alunos, permitindo uma progressão gradual no entendimento de métodos numéricos. Essa abordagem desenvolve habilidades de resolução de problemas e promove uma apreciação pela importância dos métodos numéricos na solução de problemas práticos.

As aplicações concretas do método da secante e a sequência didática proposta se alinham ao referencial de Freire [9], onde ensinar vai além de transferir conhecimento, permitindo ao estudante construir e produzir seu próprio saber. Referências adicionais que podem enriquecer o ensino da matemática incluem [2, 6, 8, 10, 11, 12].

É importante ressaltar que este artigo servirá como uma introdução ao assunto, e os exemplos e atividades propostas devem ser adaptados e aprofundados de acordo com o nível dos alunos e os objetivos pedagógicos. O artigo visa despertar o interesse dos alunos pela matemática e promover uma compreensão sólida dos métodos da secante, incentivando-os a explorar e aplicar esse método em seus estudos posteriores.

O restante deste artigo está dividido da seguinte forma. Na Seção 2, apresentamos o método da secante e fazemos uma ilustração geométrica. Na Seção 3, apresentamos algumas aplicações e sequências didáticas que podem ser colocadas em prática em turmas do ensino médio. Na Seção 4, apresentamos o relato de uma experiência feita em sala de aula. Por fim, na Seção 5, apresentamos as considerações finais.

2. O método da secante

O método da secante é um processo iterativo usado para encontrar raízes de funções, sendo apropriado para turmas de ensino fundamental e médio, desde que os alunos já tenham entendimento básico sobre funções. Ele se destaca por sua acessibilidade, pois não exige o domínio de cálculo diferencial, o que facilita tanto o aprendizado quanto a aplicação. Isso o torna uma opção mais simples e compreensível para estudantes que ainda estão nas etapas iniciais do estudo matemático, permitindo que tenham contato com métodos numéricos sem a necessidade de conhecimento avançado.

A ideia básica do método da secante é começar com dois pontos iniciais x_0 e x_1, e então gerar uma sequência de pontos $x_2, x_3, \ldots$ que se aproximam da raiz da função. A fórmula iterativa para o método da secante é dada por:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} f(x_k). \tag{1}$$

A seguir faremos uma ilustração geométrica do método da secante. Na figura abaixo, consideramos a reta secante ao gráfico de f nos pontos $B = (x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ e $E = (x_k, f(x_k))$. Com argumentos geométricos demonstraremos que o ponto x_{k+1}, obtido pelo método da secante, é a interseção da reta secante com o eixo x.

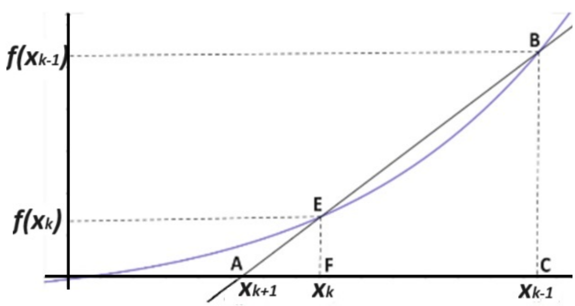

Figura 1: Esquema geométrico para dedução o método da secante.

Para determinar x_{k+1}, consideramos os triângulos retângulos ABC (maior) e AEF (menor). Como esses dois triângulos são semelhantes, então

$$\frac{|AF|}{|AC|} = \frac{|EF|}{|BC|}$$

onde $|AF| = x_k - x_{k+1}$, $|AC| = x_{k-1} - x_{k+1}$, $|EF| = f(x_k)$ e $|BC| = f(x_{k-1})$.

Daí obtemos

$$\frac{x_k - x_{k+1}}{x_{k-1} - x_{k+1}} = \frac{f(x_k)}{f(x_{k-1})} \Leftrightarrow x_k f(x_{k-1}) - x_{k+1} f(x_{k-1}) = x_{k-1} f(x_k) - x_{k+1} f(x_k),$$

o que é equivalente a

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} f(x_k).$$

Durante o processo de dedução da fórmula mencionada acima, o professor pode abordar vários conceitos matemáticos, incluindo frações, equações de retas e semelhança de triângulos. Essa abordagem mais ampla não apenas permite uma compreensão mais profunda do tema, mas também enfatiza a importância da teoria na construção do ensino e na formação de uma base sólida para os alunos.

O procedimento do método da secante é da seguinte forma:

Método da Secante: Escolhe inicialmente dois pontos x_0 e x_1 tais que $f(x_0) \neq f(x_1)$ e duas estimativas $\epsilon > 0$ e $\theta > 0$.

Passo 1: Se $|f(x_1)| > \epsilon$ e $|f(x_0)| > \epsilon$, vá para o Passo 2. Caso contrário, pare o método e determine entre x_0 e x_1 qual deles resulta em um valor menor de $|f|$ para considerar a raiz aproximada de f.

Passo 2: Determine

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} f(x_k).$$

Passo 3: Se $|f\,(x_{k+1})\,| < \epsilon$ ou $|x_{k+1} - x_k| < \theta$, pare o método e considere x_{k+1} como a raiz aproximada de f. Caso contrário, faça $k = k + 1$ e volte ao Passo 2.

Podemos observar que, para a execução do método da secante, é necessário apenas conhecimentos básicos das propriedades dos números reais e da função envolvida, o que o torna mais acessível que outros métodos numéricos mais complexos. Diferente do método de Newton-Raphson, que requer o cálculo da derivada, o método da secante utiliza apenas dois pontos iniciais e uma aproximação linear da curva da função. Com base na inclinação da reta secante que passa por esses pontos, o método obtém uma nova aproximação para a raiz, repetindo o processo até que a diferença entre as aproximações seja suficientemente pequena. Sua eficiência computacional é notável, pois evita o cálculo de derivadas. Ainda assim, o método da secante é amplamente utilizado devido à sua simplicidade, eficiência e aplicabilidade em problemas de aproximação de raízes.

Na seção seguinte, apresentaremos algumas aplicações práticas que podem ser utilizadas em turmas do ensino médio, com o objetivo de ilustrar conceitos importantes de forma acessível e interessante para os estudantes. Essas aplicações têm o potencial de facilitar o entendimento de tópicos relevantes, estimulando o aprendizado por meio de exemplos concretos e atividades que envolvem a participação ativa dos alunos.

3. Aplicações do método secante

Nesta seção daremos algumas aplicações do método da secante para resolver alguns problemas do dia a dia.

3.1. Primeira atividade em sala de aula

Nesta subseção, abordaremos o método da secante para resolver o problema de encontrar as raízes da função:

$$f(x) = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^n - F_n$$

onde n é um número natural. Essa função tem uma importância no processo de ensino, pois possibilita a abordagem de uma variedade de problemas cotidianos relacionados à taxa média de juros em um período n, com F_n representando o fator de aumento durante esse período. Por exemplo, a raiz positiva x da função $f(x) = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{10} - 3$ pode representar a taxa média anual de $x\%$ de aumento, para que em 10 anos seu valor triplique.

Ao explorar as raízes da função $f(x) = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{n} - F_n$, os alunos terão a oportunidade de conectar conceitos teóricos a situações práticas do dia a dia. Este exercício não apenas fortalecerá as habilidades computacionais, mas também ilustrará como a matemática pode ser uma ferramenta poderosa na resolução de problemas do mundo real. A abordagem interdisciplinar desta subseção não se limita apenas ao ensino de métodos numéricos; ela busca mostrar como a matemática e a computação podem ser aliadas poderosas na compreensão e resolução de desafios cotidianos. Ao promover a curiosidade e o interesse, esperamos inspirar uma apreciação mais profunda e duradoura pelo poder e aplicação da matemática no mundo real.

A seguir, apresentaremos uma atividade ligada ao cotidiano dos estudantes que é o preço dos alimentos. Mais precisamente, queremos explorar a seguinte pergunta: Por que certos alimentos vêm ficando cada vez mais caros quando comparados com outros? Um modo que envolve os estudantes para responder a essa pergunta que aqui propomos é o seguinte: Primeiro, os estudantes fariam uma pesquisa na internet de panfletos de supermercados de, por exemplo, 10 anos atrás, consultando o preço de alguns alimentos daquela época. Segundo, os estudantes consultariam o preço atual daqueles mesmos alimentos.

Exemplo: Em uma situação fictícia de um panfleto de supermercado onde é apresentado o preço de R$ 4,99 para uma certa quantia de um certo alimento em 2013. Sabendo-se que o preço atual, depois de 10 anos, é de R$ 23,36, obtenha o valor da taxa de inflação anual média em % desse alimento neste período de 10 anos.

- Resolução: Chamaremos de x a taxa em % média dos últimos 10 anos que é procurada. Então, como se trata de um problema semelhante ao de juros compostos, teremos que x deverá satisfazer a seguinte equação

$$23.36 = \left(1 + \frac{x}{100}\right) \times \left(1 + \frac{x}{100}\right) \times \cdots \times \left(1 + \frac{x}{100}\right) \times 4.99,$$

onde acima o fator $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ aparece 10 vezes. Podemos reescrever essa equação de modo que x seja raiz de uma função (não linear - um polinômio de grau 10) introduzindo $f(x)$ como

$$f(x) = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{10} - \frac{23.36}{4.99}.$$

Denotaremos a razão $\frac{23.36}{4.99} \approx 4.6814$ por F_{10} por ser o fator de aumento nos últimos 10 anos. Note que o valor da taxa média de $x\%$ ao ano procurada é aquele que exatamente faz $f(x) = 0$, o que corresponde a

$$x = \left(\sqrt[10]{\frac{23.36}{4.99}} - 1\right) \times 100.$$

Nos dias de hoje, com a ajuda de uma calculadora científica, ou mesmo na linha de pesquisa do Google em um celular - conforme figura abaixo - obtemos ao digitar

$$((23.36/4.99)^{0.1} - 1) \times 100,$$

o valor x, que nesse caso com aproximação de duas casas depois da vírgula é dado por $x \approx 16,69\%$ para ser a taxa de inflação anual média em %.

Figura 2: Ilustrando os comandos operatórios na linha de pesquisa do Google para obter a resposta da atividade 1.

Observação 1. Até os anos 80, antes da popularização das calculadoras científicas, o cálculo de raiz décima era apresentado com a ajuda de uma tabela de logaritmos. Inclusive, ainda hoje há questões do ENEM em que o estudante deve resolvê-las usando as propriedades operatórias dos logaritmos, onde alguns valores de logaritmos são fornecidos nestas questões. No nosso exemplo, o valor $r = \left(\frac{23.36}{4.99}\right)^{0.1}$ pode ser obtido após aplicar as propriedades do logaritmo e consultar uma tabela de logaritmos e antilogaritmos:

$$r = \text{antilog}\left(\frac{\log\ 23.36 - \log\ 4.99}{10}\right) \approx \text{antilog}\left(\frac{1.36847 - 0.69810}{10}\right) = \text{antilog}\, 0.067037 = 10^{0.067037} \approx 1.1669.$$

Logo, $x = (r - 1) \times 100 = 16.69\%$ ao ano.

Pergunta: Como poderíamos obter a raiz décima sem a ajuda de uma calculadora científica ou de uma tabela de logaritmos?

Mais especificamente, teríamos o seguinte problema para essa aplicação:

Problema: Considere conhecido o fator F_{10}, o qual diz quantas vezes o preço do produto aumentou nos últimos dez anos. Procura-se a taxa média em % de aumento nos últimos dez anos, a qual é dada por $\left(\sqrt[10]{F_{10}} - 1\right) \times 100$. Obtenha essa taxa média através de um algoritmo iterativo que não use a raiz décima.

Através do método da secante, é possível obter um valor aproximado para $\left(\sqrt[10]{F_{10}} - 1\right) \times 100$, onde, para isso, o método da secante é usado para encontrar o zero da função $f(x) = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{10} - F_{10}$.

Na Tabela 3.2, a seguir, consideramos $F_{10} = \frac{23.36}{4.99}$, ou seja, $f(x) = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{10} - \frac{23.36}{4.99}$. Além disso, como para executar o método da secante é necessário de dois valores inicias, consideramos os valores iniciais $x_0 = 30\%$ ao ano e $x_1 = 20\%$ ao ano:

k	x_k	$f(x_k)$
0	30.0000000000	9.1044864594
1	20.0000000000	1.5103736969
2	18.0111255334	0.5574096016
3	16.8477892342	0.0632962125
4	16.6987651778	0.0031304090
5	16.6910115002	0.0000188772
6	16.6909644598	0.0000000057

Tabela 1: Método da secante com critério de parada $|f(x_k)| < \epsilon = 0.0000001$.

Veja que em 5 iterações – a primeira iteração fornece x_2 – o método encontra uma solução aproximada $x_6 = 16{,}6909644598\%$ ao ano e $f(x_6) = 0{,}0000000057$.

Os resultados da tabela acima podem ser obtidos com o uso de uma calculadora simples (sem o uso da tecla x^y) através da fórmula de recorrência do método da secante

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} f(x_k).$$

3.2. Segunda atividade em sala de aula

Nesta subseção, propomos uma atividade que explora a tomada de decisão entre dois planos de financiamento.

Pergunta-motivadora: Ao comprar um produto no valor de $1\ 000$ reais, são propostas as seguintes duas opções de financiamento.

Opção 1: Pagamento de 6 parcelas mensais de 178 reais – totalizando $6 \times 178 = 1\ 068$ reais; ou

Opção 2: Pagamento de 12 parcelas mensais de 90 reais - totalizando $12 \times 90 = 1\ 080$ reais.

Resposta: É tentador achar que a Opção 2 não será a melhor opção; pois, afinal de contas, $1\ 080$ reais é um valor mais alto que $1\ 068$ reais. Ocorre que o total das parcelas não é o critério determinante para decidir qual é a melhor opção de financiamento, mas sim a taxa de juros cobrada em cada opção. O estudante irá se convencer de que na Opção 2 haverá uma menor incidência de juros e, portanto, será a melhor opção, mesmo que a soma total das parcelas seja um valor maior do que a soma da Opção 1. O que ocorre é que, pagando uma taxa de juros menor, o dinheiro da diferença entre as prestações pode ser usado pelo cliente em uma aplicação que lhe renda dinheiro e, assim, escolhendo a Opção 2, o cliente terá mais dinheiro, mesmo que o gasto de $1\ 080$ reais (da Opção 2) seja maior que $1\ 068$ (da Opção 1).

A fórmula para obter a taxa de juros j de uma opção de financiamento a parcelas fixas é conhecida como fórmula Price (autor da tabela Price),

$$PM = \frac{VF \times j}{1 - \frac{1}{(1+j)^n}},$$

onde PM = parcela mensal, VF = valor financiado, n é o número de parcelas, e j é a taxa de juros procurada. Podemos introduzir a nova variável x com $x = 1 + j$, e consequentemente $j = x - 1$.

Ao substituir a nova variável x, podemos reescrever a equação anterior na forma de uma equação polinomial de grau $n + 1$. Mais precisamente,

$$x^{n+1} - \frac{VF + PM}{VF} x^n + \frac{PM}{VF} = 0.$$

Note que, ao contrário do problema da última subseção sobre a taxa de inflação anual média em porcento, aqui não é simples, e provavelmente não seja possível, isolar a incógnita x. Daí a sua importância para o estudante aprender um método numérico. Importante ressaltar que $x = 1$ é sempre uma solução – será chamada de primeiro zero - da equação acima, porém não é a solução desejada, pois nesse caso teríamos $j = 0$, o que não pode acontecer, pois $j > 0$.

Resolver a equação anterior equivale a determinar o segundo zero da função $f(x) = x^{n+1} - \frac{VF+PM}{VF} x^n + \frac{PM}{VF}$. Como não é tão simples encontrar analiticamente o zero da função f, resta-nos chegar a um valor aproximado do zero de f através de métodos iterativos. A seguir aplicaremos o método da secante para determinar o segundo zero aproximado para f considerando as opções 1 e 2 da pergunta motivadora.

Opção 1: Para a Opção 1, temos parcelas mensais de $PM = 178$ reais e $n = 6$ meses, assim

$$f(x) = x^{6+1} - \frac{1178}{1000} x^6 + \frac{178}{1000},$$

ou seja,

$$f(x) = x^7 - 1.178 \times x^6 + 0.178.$$

Aplicando o método da secante para determinar a segunda raiz para esta função acima, gera-se a seguinte sequência de iterados presentes na Tabela 2 abaixo, onde usamos $x_0 = 1.8$ e $x_1 = 1.5$ como pontos iniciais.

k	x_k	$f(x_k)$	$j_k = x_k - 1$	$\%$
0	1.800000	21.333603	0.800000	80.0000%
1	1.500000	3.845781	0.500000	50.0000%
2	1.434026	2.404525	0.434026	43.4026%
3	1.323959	0.964101	0.323959	32.3959%
4	1.250289	0.454144	0.250289	25.0289%
5	1.184682	0.196472	0.184682	18.4682%
6	1.134657	0.085508	0.134657	13.4657%
7	1.096109	0.035977	0.096109	9.6109%
8	1.068109	0.014824	0.068109	6.8109%
9	1.048486	0.005935	0.048486	4.8486%
10	1.035385	0.002298	0.035385	3.5385%
11	1.027106	0.000841	0.027106	2.7106%
12	1.022329	0.000274	0.022329	2.2329%
13	1.020024	0.000068	0.020024	2.0024%
14	1.019258	0.000010	0.019258	1.9258%

Tabela 2: Método Secante para obter a taxa de juros na Opção 1.

Depois de encontrar o valor de x pelos métodos numéricos, o estudante deverá nessa sequência didática completar a Tabela 3. Ao completar aquela tabela, poder-se-á ter uma ideia de quão baixa ou alta foi a taxa de juros j=x-1 encontrada.

Mês	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor
				1 000 R$
1	178	...	...	...
2	178	...	...	...
3	178	...	...	...
4	178	...	...	...
5	178	...	...	...
6	178	...	...	0 R$
Total	1068	68 R$	1 000 R$	

Tabela 3: Demonstrativo do esquema de financiamento à parcelas fixas da Opção 1.

Observação 2. Colocamos em azul os valores que são esperados para a linha dos totais, pois, devido ao preenchimento ser feito com valor de juros aproximados, haverá uma discrepância quando for feita a soma de parcelas aproximadas.

Opção 2: Nesta opção temos parcelas mensais de $PM = 90$ reais e $n = 12$ meses, assim aplicaremos o método da secante para determinar a segunda raiz da função

$$f(x) = x^{13} - 1.09 \times x^{12} + 0.09.$$

Também usando $x_0 = 1.8$ e $x_1 = 1.5$ como pontos iniciais acima, obtemos os iterados apresentados na Tabela 4, e depois será preenchida a Tabela 5.

Iteração	x_k	$f(x_k)$	$j_k = x_k - 1$	%
0	1.8	821.440281	0.8	80.0000%
1	1.5	53.285999	0.5	50.0000%
2	1.479189	42.791796	0.479189	47.9189%
3	1.394331	16.523660	0.394331	39.4331%
4	1.340951	8.572899	0.340951	34.0951%
5	1.283395	3.951605	0.283395	28.3395%
6	1.234179	1.890698	0.234179	23.4179%
7	1.189028	0.880797	0.189028	18.9028%
8	1.149649	0.407973	0.149649	14.9649%
9	1.115672	0.185474	0.115672	11.5672%
10	1.087348	0.082755	0.087348	8.7348%
11	1.064529	0.036057	0.064529	6.4529%
12	1.046910	0.015305	0.046910	4.6910%
13	1.033915	0.006312	0.033915	3.3915%
14	1.024795	0.002517	0.024795	2.4795%
15	1.018747	0.000957	0.018747	1.8747%
16	1.015036	0.000333	0.015036	1.5036%
17	1.013051	0.000096	0.013051	1.3051%
18	1.012248	0.000018	0.012248	1.2248%

Tabela 4: Método Secante para obter a taxa de juros na Opção 2.

Mês	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor
				1 000 R$
1	90	...	...	...
2	90	...	...	...
3	90	...	...	...
4	90	...	...	...
5	90	...	...	...
6	90	...	...	...
7	90	...	...	...
8	90	...	...	...
9	90	...	...	...
10	90	...	...	...
11	90	...	...	...
12	90	...	...	0 R$
Total	1080	80 R$	1 000 R$	

Tabela 5: Demonstrativo do esquema de financiamento à parcelas fixas da Opção 2.

3.3. Sequência didática para cada opção

Opção 1:

- **Introdução e Contextualização**: Apresente a situação financeira envolvendo o pagamento em 6 parcelas de 178 reais, totalizando 1 068 reais.
- **Fórmula Price e Taxa de Juros**: Explique a fórmula Price para calcular as parcelas em financiamentos e como determinar a taxa de juros.
- **Aplicação do Método da Secante**: Demonstre como aplicar o método da secante para encontrar a taxa de juros aproximada.
- **Preenchimento da Tabela**: Guie os alunos no preenchimento da tabela com os valores das prestações, juros, amortizações e saldo devedor para cada mês.
- **Discussão**: Encoraje os alunos a discutir os resultados encontrados e interpretar o significado dos valores.

Opção 2:

- **Introdução e Contextualização**: Apresente a outra situação financeira envolvendo o pagamento em 12 parcelas de 90 reais, totalizando 1 080 reais.
- **Fórmula Price e Taxa de Juros**: Relembre a fórmula Price e a importância da taxa de juros para determinar a viabilidade de um financiamento.
- **Aplicação do Método da Secante**: Mostre como aplicar o método da secante para encontrar a taxa de juros aproximada.
- **Preenchimento da Tabela**: Auxilie os alunos no preenchimento da tabela com os valores das prestações, juros, amortizações e saldo devedor para cada mês.
- **Discussão e Comparação**: Incentive uma discussão comparativa entre as duas opções, ressaltando as diferenças nos juros pagos e no valor total do financiamento.

Esta sequência didática aborda o problema de escolha entre duas opções de financiamento, demonstrando como o cálculo dos juros pode ser determinante para a melhor escolha. Ao utilizar a fórmula Price e o método da secante, os alunos são guiados a encontrar as taxas de juros aproximadas para cada opção e a preencher tabelas com os valores das parcelas e saldos devedores ao longo do tempo.

4. Experiência em sala de aula - relato

A primeira atividade, de determinar a taxa de inflação anual média de um produto em um certo período de tempo em anos, foi aplicada em uma aula de 50 minutos para estudantes da primeira série do Ensino Médio da escola pública CETI Professor Edgar Tito no bairro Memorare no município de Teresina, Piauí. Os estudantes começaram vendo o método por um probleminha de inflação, em relação ao preço da carne, o qual havia quintuplicado em um período de apenas 11 anos. Este fato atraiu a curiosidade deles por se tratar de algo cotidiano que é o preço dos alimentos. Vaja a seguir a tabela com os resultados obtidos pelos alunos.

Achar a raíz do polinômio de 11° grau

$$f(x) = x^{11} - 5$$

TABELA DO MÉTODO DA SECANTE

k	$x_k :=$	$f_k := f(x_k)$	$x_{k+1} :=$	$f_{k+1} := f(x_{k+1})$	$x_{k+2} = \frac{x_{k+1} f_k - f_{k+1} x_k}{f_k - f_{k+1}}$
1	$x_1 = 1.30$	$f_1 = x_1^{11} - 5 = 12.9216$	$x_2 = 1.20$	$f_2 = x_2^{11} - 5 = 2.4301$	$x_3 = \frac{x_2 f_1 - f_2 x_1}{f_1 - f_2} = 1.1768$
2	$x_2 = 1.20$	$f_2 = x_2^{11} - 5 = 2.4301$	$x_3 = 1.1768$	$f_3 = x_3^{11} - 5 = 0.9942$	$x_4 = \frac{x_3 f_2 - f_3 x_2}{f_2 - f_3} = 1.1607$
3	$x_3 = 1.1768$	$f_3 = x_3^{11} - 5 = 0.9942$	$x_4 = 1.1607$	$f_4 = x_4^{11} - 5 = 0.1513$	$x_5 = \frac{x_4 f_3 - f_4 x_3}{f_3 - f_4} = 1.1578$
4	$x_4 = 1.1607$	$f_4 = x_4^{5} - 5 = 0.1513$	$x_5 = 1.1578$	$f_5 = x_5^{11} - 5 = 0.0115$	$x_6 = \frac{x_5 f_4 - f_5 x_4}{f_4 - f_5} = 1.1576$

Figura 3: Quadro verissímil da atividade em sala de aula:

Durante a experiência em sala de aula, optamos por usar o índice k iniciando em 1 ao invés de 0 e a iteração $x_{k+2} = \frac{x_{k+1} f(x_k) - x_k f(x_{k+1})}{f(x_k) - f(x_{k+1})}$ ao invés da equivalente $x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$.

Depois do cálculo feito na calculadora – o qual dava o valor exato de $\sqrt[11]{5} \approx 1.1576$ dando $15,76\%$ ao ano – fomos para o método. Durante o método, eles tiveram algumas dificuldades iniciais como: semelhanças de triângulos e manipulações algébricas simples; resultado das lacunas acumuladas ao longo da trajetória em uma escola pública.

Entretanto, ao longo do preenchimento da tabela na Figura 3, onde foram feitas 4 iterações do método da secante, os estudantes demonstraram empolgação ao ver que o método estava se aproximando do resultado antes obtido pela calculadora.

Esta experiência nos revelou tanto o potencial transformador de aulas contextualizadas quanto os desafios do Ensino da Matemática em turmas onde há deficiências de base; uma realidade frequentemente encontrada em escolas públicas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, nosso objetivo é discutir a importância de introduzir métodos numéricos, como o método da secante, no ensino de matemática para estudantes do ensino fundamental e médio. Ao longo deste estudo, exploramos não apenas os fundamentos teóricos do método, mas também suas aplicações práticas em contextos do mundo real, demonstrando como ele pode ser uma ferramenta poderosa na resolução de problemas cotidianos.

Ao apresentar o método da secante de forma acessível e intuitiva, visamos não apenas fortalecer as habilidades matemáticas dos alunos, mas também promover o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas. Além disso, ao integrar conceitos matemáticos com situações do dia a dia, buscamos tornar o aprendizado da matemática mais relevante e envolvente para os alunos.

É importante ressaltar que este estudo serve como uma introdução ao método da secante, e encorajamos educadores e pesquisadores a explorar ainda mais suas aplicações e a adaptar as atividades propostas de acordo com as necessidades específicas de suas turmas e contextos educacionais.

Em suma, ao incorporar métodos numéricos como o método da secante em nosso currículo de matemática, podemos preparar os alunos não apenas para enfrentar os desafios matemáticos, mas também para aplicar seus conhecimentos de forma significativa em suas vidas diárias e em suas futuras carreiras.

Referências

[1] AFUSO, A. Y. *Métodos numéricos para encontrar zeros de funções: aplicações para o ensino médio. Dissertação (PROFMAT)* - Unesp, Rio Claro-SP, 2014.

[2] BATISTA, W. C. *Métodos iterativos na resolução de equações. Dissertação (PROFMAT)* - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014.

[3] BRASIL. *Base nacional comum curricular.* Brasília: MEC, 2017.

[4] BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática.* Brasília: MEC, 1997.

[5] BROCKVELD, L. L. *Estudando métodos iterativos no ensino médio: uma proposta didática exploratória envolvendo o método de Newton e geometria dinâmica. Dissertação (PROFMAT)* - Universidade Federal de Santa Catarina, Blumenau, 2021.

[6] CARMO, D. M. *Uma proposta didática do uso de um método iterativo para resolução de equações polinomiais no ensino médio. Dissertação (PROFMAT)* - Universidade Federal do Recôncavo Baiano, Cruz das Almas, 2019.

[7] CARVALHO, J. R. *Cálculo numérico de raízes e sua aplicação no ensino básico. Dissertação (PROFMAT)* - CEFET - Belo Horizonte MG, 2022.

[8] COSER, I. J. *Equações algébricas polinomiais de 3º grau ou superior: solucionando problemas com auxílio de métodos numéricos. Dissertação (PROFMAT)* - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

[9] FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia.* 48. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

[10] MAURÍCIO, H. A. *Da equação do 2º grau aos métodos numéricos para resolução de equações. Dissertação (PROFMAT)* – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

[11] NASCIMENTO, D. A. *Métodos para encontrar raízes exatas e aproximadas de funções polinomiais até o 4º grau. Dissertação (PROFMAT)* - Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.

[12] PESSOA, F. D.; SOUZA, G. R. *Polinômios: raízes e utilidade para métodos numéricos. Artigo (PROFMAT)* - CAP, Universidade Federal de São João del-Rei, Ouro Branco, 2015.

[13] SOUZA, A. G. *Resolução de equações via métodos numéricos: bisseção e falsa posição. Dissertação (PROFMAT)*, Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2017.

[14] SOUZA, R. C. *Equações algébricas: estudos e sala de aula. Dissertação (PROFMAT),* UFOP, Ouro Preto-MG, 2017.

[15] WING, J. *Computational thinking*. *Communications of the ACM*, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006.

Vitaliano de Sousa Amaral
Universidade Federal do Piauí
<vitalianoamaral@ufpi,edu,br>

Thiago Vieira Plácido Araújo
Universidade Federal do Piauí
<placidothiago07@gmail.com>

Marcos Vinicio Travaglia
Universidade Federal do Piauí
<mvtravaglia@ufpi.edu.br>

Recebido: 19/08/2024
Publicado: 28/01/2025