

Uma proposta para o cálculo de áreas de polígonos utilizando o GeoGebra

Gláucia Maria Bressan

Patricia Spati

Elenice Weber Stiegelmeier

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo abordar a possibilidade de utilização do *software* Geogebra como ferramenta de ensino no estudo de área de polígonos e analisar o aprendizado de alunos do 3º ano do Ensino Médio. A metodologia de pesquisa utilizada foi a pesquisa de natureza qualitativa, onde utilizou-se da pesquisa-ação colaborativa considerando uma experiência em sala de aula. Os estudos foram baseados na aplicação de atividades práticas aos alunos do 3º ano do Ensino Médio, considerando o contexto do uso das tecnologias como ferramentas de ensino. Nesse processo, apresentam-se aspectos relevantes sobre o estudo de matrizes para o cálculo da área de polígonos. A partir das informações registradas, constatou-se que o uso desse tipo de *software* de matemática dinâmica contribui para uma melhor interação dos alunos, consequentemente, despertando o interesse pelos conteúdos abordados resultando em uma maior aprendizagem.

Palavras-chave: Geometria Analítica; Área de Polígonos; Tecnologia Digital; Ensino de Matemática

Abstract

The goal of this work is to address the use of Geogebra software as a teaching tool in the study of polygon area and analyze the learning of students from 3rd year high school. The research methodology used was a qualitative research, which used collaborative action research considering an experience in the classroom. The studies were based on the application of practical activities to 3rd year high school students considering the context of the use of technologies as teaching tools. In this process, relevant aspects about the study of matrices for the calculation of the polygon areas are presented. From the registered information it was found that the use of this kind of dynamic mathematics software contributes to a better interaction of students, consequently, arousing interest in the content covered, resulting in greater learning.

Keywords: Analytical Geometry; Polygon areas; Digital Technology; Math teaching

1. Introdução

O ensino de Matemática vem passando por diversas transformações ao longo das décadas. A Matemática vem deixando de ser considerada uma ciência de formalização de estruturas, de teorização, de sistematização e de raciocínio lógico formal, e passando a ser mais dinâmica na construção do conhecimento matemático, a partir da inclusão de situações concretas vivenciadas pelo aluno, suas experiências, expectativas e questionamentos diários. D'Ambrosio afirma que os movimentos

começaram a dar maior ênfase a uma aprendizagem mais participativa, com uma percepção da importância das atividades para os alunos [7]. Diante dessa perspectiva, o PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio [5] e os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais [6] retomam e reafirmam o discurso da LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96) [4], de que o ensino da Matemática deve contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural.

Recentemente, testes de rendimentos aplicados aos alunos pelos Governos, tanto Estadual quanto Federal, tais como a Prova Brasil e o SAEB (Sistema de Avaliação do Ensino Brasileiro), entre tantos outros, indicam um baixo desempenho e rendimento na área de Matemática, que tem sido apontada como a disciplina que mais contribui, significativamente, na elevação das taxas de retenção. Pode-se ressaltar novamente a LDB (Lei nº 9.394/96) [4], a qual afirma que o ensino médio tem como finalidades centrais tanto a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos durante o nível fundamental, quanto o intuito de garantir a continuidade de estudos, seja ele voltado à preparação para o trabalho ou para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e/ou a compreensão dos processos produtivos.

No que concerne ao processo de ensino-aprendizagem de álgebra, pode-se inferir que esse caracteriza-se pela utilização de regras que, de um modo geral, vêm se apresentando completamente desvinculadas da realidade dos alunos. Como afirma [18], o ensino-aprendizagem de matrizes é um ensino voltado para a transmissão de regras, descontextualizado da realidade e da própria Matemática, em descompasso com os avanços tecnológicos e com os estudos já realizados pela Psicologia Educacional.

As crianças e os jovens usam as tecnologias digitais com frequência, utilizando dispositivos para acesso à internet. Visto que diferentes usos já estão incorporados na vida de muitos estudantes, é necessário incluir ferramentas tecnológicas para viabilizar práticas pedagógicas com aplicativos, *softwares*, buscadores, redes sociais, com a finalidade educacional, para além do uso social [20]. As tecnologias podem não só representar um conjunto de ferramentas auxiliares para o trabalho do professor e dos alunos, como podem abrir novas oportunidades de aprendizagem.

Pode-se identificar a docência para o século XXI no professor que é capaz de integrar várias mídias em suas práticas docentes, além das habilidades e dos saberes específicos da sua área [20]. Dessa forma, cabe à educação estabelecer diálogos com as práticas culturais dos adolescentes e jovens, qualificar crítica e eticamente os usos que eles fazem das tecnologias na direção de uma participação social mais efetiva [20, 21].

Considerando as competências específicas de Matemática segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a tecnologia está explicitamente presente nas competências 5 e 6.

Competência 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados [2].

Competência 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) [2].

O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) deve ser visto como uma oportunidade de aperfeiçoar a aprendizagem dos alunos, embasada em uma discussão crítica, muito além da incursão de novos recursos didáticos. No atual contexto social, com acesso à informação e à comunicação, toda instituição é conduzida a incluir o uso da tecnologia no ensino, tornando capaz de adaptar-se à sociedade [23].

Integrar a tecnologia ao ambiente educacional requer planejamento e organização, tendo que ser voltada para o processo de aprendizagem do aluno e as demandas que cada escola possui. Por isso, a modernização da educação deve ser feita com cuidado, para que a tecnologia seja uma ferramenta de auxílio e não de dispersão do aluno. O uso de tecnologias digitais no ensino pode ter grande contribuição no aprendizado dos alunos. Quando aliada ao processo educacional e com planejamento, a utilização de tecnologias oferece uma enorme gama de opções a serem exploradas tanto dentro como fora da sala de aula [22, 23].

O objetivo deste trabalho é abordar a possibilidade de utilização do *software* GeoGebra [12] como ferramenta de ensino para o cálculo de áreas de polígonos, quando são conhecidas as coordenadas de seus vértices, por meio de Determinantes. As atividades propostas foram aplicadas em alunos do 3º ano do Ensino Médio, considerando o contexto do uso das tecnologias digitais como ferramentas de ensino.

2. Revisão da Literatura

A educação tecnológica básica hoje é uma das diretrizes que a LDBEN estabelece para orientar o currículo do Ensino Médio. A lei associa a “compreensão dos fundamentos científicos dos processos produtivos [4]” ao relacionamento entre teoria e prática em cada disciplina do currículo. E, ainda, tem o sentido de preparar os alunos para viver e conviver em um mundo no qual a tecnologia está cada vez mais presente, no qual a tarja magnética, o celular, o código de barras e outros tantos recursos digitais se incorporam velozmente à vida das pessoas, qualquer que seja sua condição socioeconômica.

Os trabalhos [11, 14] apresentam uma análise nos periódicos disponibilizados nas Plataformas na internet com o objetivo de investigar como conceitos matemáticos são ensinados aos alunos. Mais especificamente, [14] faz um estudo das Metodologias Ativas no ensino da Álgebra Linear. Os resultados apresentados demonstram que as metodologias ativas contribuem para a aproximação entre os estudantes e o professor durante as aulas, o que facilita a mediação desse durante o processo de ensino-aprendizagem nessa disciplina. O autor ressalta que a aplicabilidade das aulas diferenciadas ganhou importantes discussões, pois possibilita compreender as potencialidades das metodologias ativas de ensino, assim como a transformação das práticas educacionais no ambiente escolar.

As Diretrizes Curriculares Nacionais de Educação para o Ensino Médio (DCNE-EM) indicam a importância do uso das tecnologias em sala de aula, afirmando que o projeto político-pedagógico das unidades escolares que ofertam o Ensino Médio deve considerar a utilização de diferentes mídias como processo de dinamização dos ambientes de aprendizagem e construção de novos saberes [3].

Assim, a utilização das Tecnologias Digitais na sala de aula tem se tornado fundamental no processo de ensino. A necessidade de mudanças no ensino encontra-se na BNCC, que afirma que, em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura. Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede [2]. Na BNCC, o foco está no reconhecimento

das potencialidades das tecnologias digitais para a realização de atividades relacionadas a todas as áreas do conhecimento que permite aos estudantes usar diversas ferramentas de *software* e aplicativos para compreender e produzir conteúdos em diversas mídias, simular fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, e elaborar e explorar diversos registros de representação matemática [2].

Buscando novos meios para o ensino da Matemática, [22] utilizou o *software* GeoGebra para o estudo de Geometria Analítica. Os resultados mostram que a inclusão das tecnologias digitais na aula de Matemática pode se tornar um grande diferencial para a realização de um processo de ensino e aprendizagem mais significativo e prazeroso, e que a utilização do *software* pode contribuir para o ensino e aprendizagem de Geometria da Analítica.

Para auxiliar os professores da Educação Básica, [1] utiliza do *software* GeoGebra no ensino de matrizes e algumas de suas aplicações, especialmente das matrizes circulantes e de sua importância do ponto de vista computacional, aos alunos do Ensino Médio para que estabeleçam relações entre os conteúdos da sala de aula com o mundo real, podendo, assim, o desinteresse pela Matemática ser minimizado.

Pensando na importância do estudo de matrizes no cotidiano e nas dificuldades apontadas por [22] no ensino da matemática, [19] utiliza o *software* GeoGebra como estratégia para o ensino de vetores, matrizes, projeções ortogonais e o método de mínimos quadrados. O GeoGebra é utilizado para ilustrar graficamente as soluções e realizar cálculos complexos de forma simples, contribuindo para a aprendizagem dos estudantes e fazendo com que novos professores adotem o *software* como ferramenta para aprimorar suas práticas pedagógicas. Neste sentido, também com o objetivo de aprofundar a formação do profissional da matemática na Educação Básica, [17] utiliza o *software* GeoGebra para o ensino matrizes e determinantes, e assim assimilar a teoria e a prática com o uso da tecnologia, contribuindo muito, devido à possibilidade de visualização e manipulação das construções geométricas.

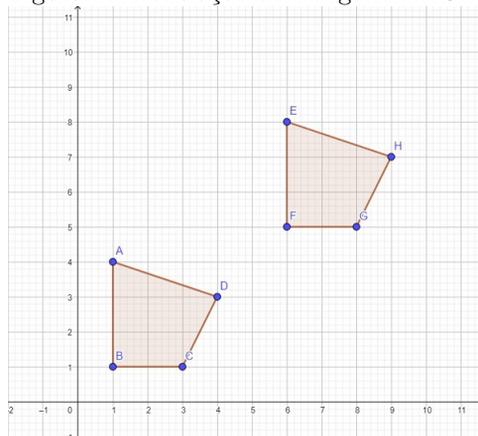
Dessa forma, a inserção das tecnologias digitais na sala de aula pode favorecer o entendimento das propriedades nas aulas de Matemática, pois o uso das mesmas faz com que um novo mundo abra-se ao educando. O aluno pode compreender melhor a construção do conhecimento e, com isso, produzir significado ao que lhe está sendo apresentado. E, assim, fazendo a junção dos conteúdos matemáticos com as tecnologias, pode-se conseguir que os alunos tenham menores dificuldades no aprendizado. Em todos os trabalhos aqui apresentados, observa-se a necessidade de buscar novos métodos de ensino, diferente do tradicional, onde o aluno constrói seu conhecimento com aulas mais dinâmicas, fazendo com que desenvolvam sua criatividade e colaboração. Nesse sentido, a tecnologia abre espaço para que os estudantes possam viver novas experiências matemáticas.

3. Uso do GeoGebra no Cálculo de Áreas

Esta seção apresenta a utilização do GeoGebra para o cálculo de áreas de polígonos utilizando conceitos de matrizes e determinantes. A versão utilizada neste trabalho é o *GeoGebra Classic* para a modalidade *Desktop*, com sistema operacional *Windows*. Como fonte de consulta para os conceitos de Geometria Analítica utilizados nessa seção, indica-se [8].

Considerando os polígonos ABCD e EFGH, congruentes, representados na Figura 1, constroem-se as matrizes M e N, representadas a seguir, ambas 4×2 , utilizando as coordenadas dos vértices do polígono.

Figura 1: Translação do Polígono ABCD.



Fonte: Elaborada pelas autoras.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 6 & 5 \\ 8 & 5 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$$

O polígono EFGH foi obtido a partir de duas movimentações de ABCD, sendo uma na horizontal e outra na vertical (veja Figura 1). Efetuando-se a operação $N - M$, como a seguir, obtém-se a matriz $m1$, também 4×2 , tal que a primeira coluna é composta pelo número 5, e a segunda coluna pelo número 4, o que significa que o polígono ABCD precisa deslocar 5 unidades para a direita e 4 unidades para cima para coincidir com o polígono EFGH, representado na Figura 1.

$$N = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 6 & 5 \\ 8 & 5 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} - M = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = m1 = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 5 & 4 \\ 5 & 4 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Efetuando-se a operação $M - N$, como a seguir, obtém-se a matriz $m2$, também 4×2 , sendo que o número -5 está na primeira coluna e -4 na segunda coluna, ou seja, o polígono EFGH precisa deslocar 5 unidades para a esquerda e 4 unidades para baixo, para coincidir com o polígono ABCD.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - N = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 6 & 5 \\ 8 & 5 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = m2 = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -5 & -4 \\ -5 & -4 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}.$$

Um método para a obtenção de áreas de polígonos representados no plano cartesiano, quando são conhecidas as coordenadas de seus vértices, pode ser dado pelo cálculo de determinantes. Se as coordenadas dos vértices de um triângulo representado no plano cartesiano são conhecidas, é possível calcular sua área por intermédio da composição e/ou decomposição de polígonos auxiliares. Nesse

processo, é realizada uma série de multiplicações entre resultados de subtrações entre abscissas e entre ordenadas dos pontos A, B e C, além da divisão por 2. As etapas desse cálculo podem ser resumidas em um determinante de ordem 3, formado pelas coordenadas desses pontos, obedecendo à formatação da equação (1).

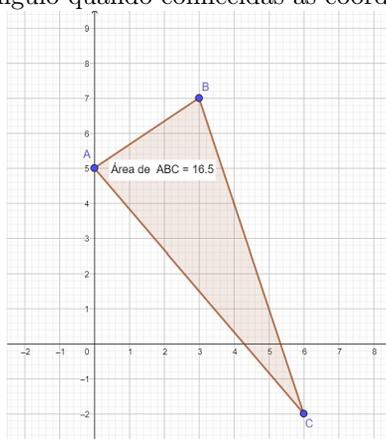
$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Considerando o caso do triângulo de vértices com coordenadas A(0, 5), B(3, 7) e C(6, -2), tem-se (2).

$$\text{Área}_{(ABC)} = \text{metade do valor absoluto de } \begin{vmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

O resultado está ilustrado na Figura 2.

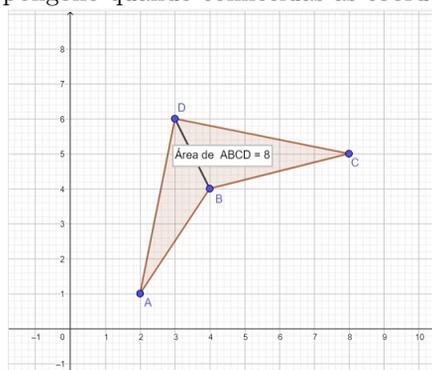
Figura 2: Área do triângulo quando conhecidas as coordenadas de seus vértices.



Fonte: Elaborada pelas autoras.

A área de um polígono representado no plano cartesiano pode ser calculada a partir das coordenadas de cada vértice, baseando-se no princípio de que um polígono pode ser dividido em vários triângulos, como ilustra a Figura 3.

Figura 3: Área de um polígono quando conhecidas as coordenadas de seus vértices.



Fonte: Elaborada pelas autoras.

O quadrilátero é dividido em dois triângulos, ABD e BCD. A área do quadrilátero ABCD será a soma das áreas dos triângulos ABD e BCD.

$$\text{Área}_{(ABCD)} = \text{Área}_{(ABD)} + \text{Área}_{(BCD)}$$

Como a área do triângulo é

$$\text{Área} = \frac{1}{2} |\text{determinante}[\text{matriz}]|$$

tem-se que a área do polígono ABCD será dada por (3).

$$\text{Área} = \frac{1}{2} |\text{determinante}[\tilde{M}]| + \frac{1}{2} |\text{determinante}[\tilde{N}]| \quad (3)$$

4. Procedimentos Metodológicos

As atividades aqui propostas foram aplicadas no segundo semestre de 2019, a 55 alunos do 3º ano do Ensino Médio, sendo 26 do 3º ano A e 29 do 3º ano B da Escola Estadual Professor José Leite Pinheiro, da cidade de Cerqueira César, estado de São Paulo.

A abordagem metodológica utilizada nessa pesquisa enquadra-se no tipo qualitativa. A escolha dessa abordagem deve-se à busca pela observação e compreensão das ações, fatos e resultados de forma mais abrangente, evidenciando as ações dos sujeitos investigados [15].

A segunda autora dessa proposta é a professora regente destas turmas. Dessa forma, na pesquisa colaborativa, muito comum em situações que envolvem a dinâmica escolar, os conhecimentos produzidos a partir da interação professor-alunos são fontes para o trabalho investigativo e oportunizam reflexões pedagógicas para um melhor fazer docente [9].

Primeiramente, foi aplicada uma avaliação diagnóstica, com o objetivo de investigar os conhecimentos adquiridos pelos alunos sobre o tema e sobre a utilização de recursos computacionais durante sua vida estudantil. Em seguida, uma aula teórica sobre os conceitos de matrizes e determinantes foi ministrada, para apresentação do conteúdo. Nas aulas seguintes, foram realizadas as atividades propostas, descritas na Seção 3, utilizando o GeoGebra no laboratório de informática.

Ao final das atividades, a segunda avaliação diagnóstica foi aplicada, a fim de verificar a receptividade das atividades propostas, além de verificar se o uso do GeoGebra influenciou positivamente no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos abordados. Essa análise diagnóstica qualitativa colabora para a elaboração de um planejamento adequado, como forma de minimizar as dificuldades, ampliar a contextualização do uso de tecnologias no ensino de matemática, aproximando-a da realidade dos estudantes, na busca por um ensino inovador, que priorize o uso de tecnologias e que obtenha, como resultado final, a consolidação dos conteúdos abordados.

5. Resultados e Discussão

Nesta seção, são apresentadas as porcentagens das respostas obtidas pelos alunos nas avaliações diagnósticas e a percepção dos autores quanto à aplicação das atividades, aplicadas aos alunos do 3º ano do Ensino Médio, conforme descrito anteriormente.

5.1. Resultado da Avaliação Diagnóstica 1

O objetivo desta avaliação é conhecer a relação dos alunos com a disciplina de Matemática e investigar os conhecimentos prévios dos estudantes relacionados aos recursos computacionais na escola e como esses recursos foram utilizados. O primeiro questionário é composto por 7 questões, apresentadas a seguir, cujas respostas possíveis eram “sim” ou “não,” com espaço para escrever justificativas.

Questão 1: Você tem dificuldade na aprendizagem dos conteúdos de Matemática? A maioria dos alunos, 37 dos 55 estudantes pesquisados, afirmou encontrar alguma dificuldade na aprendizagem de conceitos matemáticos, representando 67% do total.

Questão 2: Você sabe o que é matriz?

Grande parte dos estudantes, 68%, assinalou a opção “não”, dizendo que não apresenta domínio dos conceitos de matrizes. Vale ressaltar que os alunos participantes da pesquisa já haviam estudado os conceitos abordados. Dentre os alunos pesquisados, 38 deles alegam que já estudaram os conceitos de matrizes, porém não lembram.

Questão 3: Você sabe calcular a área de triângulos?

Como resposta a essa questão, é possível observar que 39 alunos apresentam domínio dos conceitos de área de triângulos, ou seja, 70% assinalaram a opção “sim”, porém, precisam utilizar a fórmula (metade do produto entre base e altura).

Questão 4: Você sabe calcular a área de polígonos?

Um total de 31 alunos, representando 56%, assinalou que não tem conhecimento do cálculo da área de polígonos. Até então, os alunos não haviam utilizado a ideia de dividir o polígono em triângulos e calcular a área separadamente, já que esse conceito é conhecido por eles.

Questão 5: Você já utilizou determinantes para calcular a área de polígonos?

Um total de 90% dos alunos desconhecia a técnica de utilizar determinantes para o cálculo de área de polígonos quando conhecidos seus vértices, e embora já estudado, os estudantes que participaram da pesquisa não tinham se apropriado, de modo significativo, dos conceitos de determinantes.

Questão 6: Você acredita que o uso do computador pode ajudá-lo(a) a aprender Matemática?

Ao serem questionados sobre a utilização de recursos computacionais nas aulas de matemática, 51 alunos, ou seja, 94%, afirmam que a utilização de uma ferramenta computacional pode facilitar o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Algumas justificativas para essa resposta merecem destaque: “Pois a internet já é costume para a nova geração, então usá-la a favor dos estudos seria bom”; “A internet possui muitas informações que podem ajudar e facilitar o aprendizado dos alunos”; “Muito, pois através do computador conseguimos obter mais informações”; “Com o computador é possível utilizar programas que auxiliam no aprendizado de matemática”; “Acho que a tecnologia pode auxiliar e muito nos estudos e a aula fica mais dinâmica”; “O jovem se sente atraído pela tecnologia, ficando bem mais fácil aprender com o uso do recurso”.

Questão 7: Você conhece ou já utilizou o software GeoGebra?

Verificou-se que a ferramenta computacional GeoGebra não era de domínio dos alunos, pois 86% assinalaram a opção “não”, mas afirmaram que, por meio da visualização e construção do objeto de estudo, há uma melhor compreensão de conceitos matemáticos.

A partir das análises dos resultados da primeira avaliação diagnóstica, verificou-se que a maioria dos alunos mostrou não ter conhecimento sobre os conceitos de matrizes e sobre o cálculo da área de polígonos, embora já tivessem estudado determinantes. Por outro lado, os alunos mostraram-se dispostos a utilizar ferramentas computacionais como o GeoGebra na aula de Matemática, ressaltando que pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

5.2. Atividade 1 - Aplicação de conceitos de Matrizes no Ensino Médio

Após a aplicação da avaliação diagnóstica, foram apresentadas aos alunos as definições formais de matrizes e suas operações. Em seguida, os alunos realizaram algumas atividades utilizando os conceitos de matrizes, assim como suas operações de adição, subtração e multiplicação, cujas habilidades [20] são: “Utilizar elementos de matrizes para organizar e justificar a resolução de situações-problema baseadas em contextos do cotidiano”, “Relacionar representações geométricas a comandos na linguagem matemática” e “Utilizar a notação matricial para representar figuras planas.” Foram utilizadas aproximadamente 4 aulas de 50 minutos para a realização dessa atividade.

5.3. Atividade 2 - Aplicação dos conceitos de matrizes com o uso do GeoGebra

Após a aplicação da Atividade 1, os alunos foram levados ao laboratório de informática para execução da Atividade 2 com a utilização do *software* GeoGebra. Primeiramente foi apresentado o *software*, destacando suas principais ferramentas e funções e posteriormente, foram desenvolvidas atividades de modo a facilitar a compreensão dos princípios básicos de funcionamento do *software* no ensino de matrizes. O laboratório de informática possuía somente 10 computadores em funcionamento. Diante disso, os alunos formaram grupos para a realização da atividade. Foram utilizadas 2 aulas para a apresentação do GeoGebra e 4 aulas para a realização da Atividade 2.

No início da atividade, os alunos demonstraram muitas dúvidas quanto à execução dos comandos, mas, com o tempo, mostraram-se mais interessados na utilização do programa e passaram dicas uns para os outros, demonstrando-se muito entusiasmados com a atividade.

Na realização dessa atividade, foi possível observar que a introdução da ferramenta computacional despertou o interesse dos alunos pelo seu uso e a colaboração no aprendizado dos demais colegas.

5.4. Atividade 3 - Aplicação de área de polígonos usando determinantes

A aplicação da Atividade 3 também foi executada no laboratório de informática com a utilização do GeoGebra. Os alunos realizaram a construção de triângulos calculando assim suas áreas. As áreas dos triângulos representados no plano cartesiano puderam ser calculadas a partir das coordenadas de cada vértice, via determinante de uma matriz quadrada de ordem 3 e logo após compararam os resultados obtidos através da ferramenta “Área” do GeoGebra. Os alunos concluíram que a área do triângulo é a metade do módulo do determinante de uma matriz quadrada de ordem 3. O cálculo da área de polígonos de 4 lados ou mais foi facilmente realizado, visto que um polígono pode ser dividido em vários triângulos. Foram utilizadas aproximadamente 4 aulas para a realização dessa atividade.

A partir dessa análise, concluiu-se que, para obter um ensino de matemática eficiente, faz-se necessário que o docente traga para a aula ferramentas inovadoras que despertem a curiosidade dos alunos e promovam a relação entre conteúdos estudados, como o uso de determinantes para o cálculo de área de polígonos. De acordo com [10], o uso do GeoGebra vem cada vez mais ganhando espaço quando se trata de uma melhoria no ensino-aprendizagem.

5.5. Resultado da Avaliação Diagnóstica 2

Após o término da Atividade 3 foi aplicada a segunda avaliação, para verificar a repercussão da execução das atividades propostas. Os resultados são apresentados a seguir.

Questão 1: Como você classificaria a aula utilizando o GeoGebra que você participou?

Inicialmente foi solicitado que os alunos classificassem as atividades realizadas como “Muito Bom”, “Bom”, “Regular” ou “Ruim”, onde 31 alunos, 59% classificaram como “Muito Bom” e 24 alunos, 41% classificaram como “Bom,” o que mostra que a proposta foi bem aceita.

Questão 2: O GeoGebra despertou seu interesse pelo assunto estudado?

Um total de 48 alunos, que representam 86%, responderam que, utilizando recursos computacionais como o GeoGebra, os conteúdos são mais fáceis de assimilar, sendo assim o interesse pelo assunto estudado. O restante, 14%, respondeu que despertou o interesse “parcialmente”. Algumas justificativas merecem ser destacadas: “No começo achei difícil, mas é engenhoso e prático e eu posso dizer que realmente aprendi algo novo”; “Despertou meu interesse pela praticidade e consegui aprender o conteúdo”; “Uma aula diferenciada é muito mais legal de se aprender”; “Toda aula diferenciada é boa e facilita muito despertando o interesse dos alunos”; “É uma atividade dinâmica onde podemos pôr em prática nossos aprendizados”.

Questão 3: Você acredita que a utilização do GeoGebra como recurso complementar às aulas tradicionais de Matemática tornaria o conteúdo mais atrativo/compreensível?

A resposta a essa pergunta foi unânime, todos responderam que sim. Algumas justificativas apontadas pelos alunos: “Sim, pela facilidade para calcular a área e o determinante”; “Sim, pois saímos da rotina e cada vez fazemos algo novo e diferente”; “Sim, a aula foge do convencional e passa a

ser mais interessante”; “Sim, aprendi várias coisas novas”; “Ajuda muito nas atividades e fica mais fácil de aprender”; “A facilidade dos cálculos, aprendi a fazer matriz no GeoGebra”.

Por meio das respostas obtidas com os alunos do 3º ano do Ensino Médio, constatou-se que o uso do Geogebra despertou o interesse da maioria dos alunos pelo conteúdo estudado e todos afirmaram que o uso do *software* facilita a compreensão do conteúdo abordado, além de proporcionar o contato com uma nova ferramenta computacional. Esse resultado está de acordo com [13], que afirmam que o ensino não deve ser praticado apenas na forma tradicional, mas também utilizando outras metodologias, como é o caso do uso do GeoGebra, proposto neste trabalho, apresentando o conteúdo de uma forma mais dinâmica e favorecendo a apropriação dos conhecimentos.

A partir das justificativas apontadas pelos alunos, é possível concluir que a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta de ensino contribui para uma melhor interação dos alunos e, conseqüentemente, na aprendizagem. De acordo com [10], o uso do GeoGebra traz bons resultados e motiva os alunos a estudarem um pouco mais, por deixar alguns conteúdos mais intuitivos. Dessa forma, as tecnologias podem ser aliadas ao processo de ensino e aprendizagem.

6. Considerações Finais

O presente trabalho abordou o uso do *software* Geogebra como ferramenta de ensino para o cálculo de área de polígonos. As atividades propostas foram aplicadas a alunos de uma turma de 3º ano do Ensino Médio, buscando-se valorizar o processo de ensino e aprendizagem através da utilização desse *software* de matemática dinâmica. Dessa forma, o ensino de matemática passa a assumir uma ação ativa diante do conhecimento, uma vez que não se limita somente aos aspectos puramente abstratos e formais, mas incorpora os aspectos criativos da própria Matemática; permitindo um maior protagonismo dos estudantes.

São apresentados, principalmente, aplicações que contribuem para o entendimento das operações de matrizes, como a soma, subtração e produto, o cálculo de determinante de uma matriz quadrada de ordem 3 e o cálculo de área de polígonos por meio de determinantes, pois associando matrizes à geometria, aproveitam-se recursos visuais no processo de ensino e aprendizagem.

Diante do exposto, é possível estabelecer algumas considerações importantes em relação ao objeto de estudo pesquisado e ao grupo de alunos que foram sujeitos de pesquisa. Observa-se que a ferramenta tecnológica representa um importante recurso para a sala de aula, quando inserida nas aulas de forma planejada, para que não se disperse, objetivando o processo de aprendizagem do aluno e as demandas da escola.

É importante destacar que os alunos participantes da pesquisa já haviam estudado de forma teórica os conceitos abordados; entretanto, durante a aplicação da primeira atividade, foi observado que a maioria dos alunos não apresentava domínio dos conceitos. Tal situação foi constatada também com os demais conceitos abordados nas atividades. A utilização da ferramenta computacional GeoGebra também não era de domínio dos alunos, sendo necessária a apresentação das principais janelas do *software* antes do início da atividade.

Durante a aplicação das atividades, os alunos foram orientados e suas dúvidas esclarecidas. Dessa forma, todos conseguiram resolver as atividades propostas, e foi possível observar que os alunos mantiveram-se motivados, entusiasmados e comprometidos em aprender a resolver as situações propostas e a verificar, por meio da construção das respostas no *software* GeoGebra, o que representava tal imagem ou resultado, assim interpretando e refletindo cada resposta. Vale ressaltar que os alunos familiarizaram-se rapidamente com os comandos do *software* GeoGebra, e, quanto

aos recursos próprios do computador, nenhum aluno demonstrou ter dificuldade com a nova ferramenta. Dessa forma, o objetivo do trabalho, de abordar a possibilidade de utilização do Geogebra como ferramenta de ensino no estudo de área de polígonos, foi atingido.

Os resultados obtidos nesse trabalho mostraram-se satisfatórios, uma vez que, ao serem desenvolvidas as atividades das situações-problema sobre área de polígonos com os alunos, demonstrou-se que a utilização das tecnologias digitais fazem com que os estudantes passem a se relacionar melhor com matemática, tornando-os mais independentes e agentes do seu próprio aprendizado.

As atividades aqui propostas estão longe de esgotar as possibilidades de abordagem do assunto, porém tornam possível o conhecimento de matrizes como estruturas de representação dessa importante ferramenta de uso computacional, possibilitando um aumento do interesse pela matemática e, conseqüentemente, auxiliam no ensino de Matemática. Trata-se, pois, de atividades fundamentais, e a utilização do *software* GeoGebra corrobora para um ensino dinâmico e temporal. E, ainda, vale destacar que, no Ensino Médio, a incorporação de tecnologias, devido a sua importância, está no próprio nome de área “Matemática e suas Tecnologias [16]”.

É importante ressaltar que, segundo a nova BNCC, o conteúdo de Matrizes foi recentemente retirado do currículo paulista do Ensino Médio. No entanto, o conteúdo de matrizes é utilizado de forma implícita para resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, cálculo de áreas de figuras geométricas, usando técnicas algébricas e gráficas com o apoio de tecnologias digitais, como apresentado no presente trabalho. Vale destacar que no Referencial Curricular para o Ensino Médio do Paraná [16] os conteúdos de Matrizes e determinantes são citados na unidade temática de Números e Álgebra. Tais conteúdos, além da inclusão do uso de tecnologias digitais em sala de aula, ainda constam na BNCC.

Portanto, para que o ensino de matemática seja eficiente, fica evidente a necessidade de escolas preparadas, que possam oferecer uma educação de qualidade, com espaços físicos e materiais adequados ao seu desenvolvimento. Além disso, torna-se primordial que o docente passe a fazer uso das tecnologias da informação em suas aulas, pois são grandes os desafios enfrentados no ensino, e desenvolver práticas pedagógicas eficientes faz-se necessário neste novo cenário educacional.

Referências

- [1] ARRUDA FILHO, E. P. *As elegantes matrizes circulantes*, 2019. 54p. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal de São João Del Rei, São João Del Rei, 2019.
- [2] BRASIL, Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.
- [3] BRASIL, Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio 4/5/2011 - Projetos Políticos Pedagógicos/Cap. VIII*. Brasília: MEC, 2011.
- [4] BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. *LDB - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional*. Brasília: MEC, 1996.
- [5] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC, 1999.
- [6] BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos PCNs*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 1997.

- [7] D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 2ª ed. Campinas, SP, Papirus (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), 1997.
- [8] DELGADO, J.; FRENSEL, K.; CRISSAFF, L. *Geometria analítica* - Coleção Profmat. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.
- [9] ESTEBAN, M. P. S. *Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições*. Porto Alegre: AMGH, 2010.
- [10] FEITOSA, M. C.; AQUINO, A. A.; SOUSA, B. F.; LAVOR, O. P. "O uso do GeoGebra mobile como ferramenta auxiliar no ensino de funções inversas e logarítmicas". *Remat: Revista Eletrônica da Matemática*, v.6 n°2, p.e2003, 2020.
- [11] FONDA, C. R. S.; SILVA, M. J. F. "Um panorama das pesquisas a respeito de área de triângulos". *Revista de Produção Discente em Educação Matemática*, São Paulo, v.8, n°1, p. 37-53, 2019.
- [12] GEOGEBRA. *Estudo de Matrizes e Sistemas Lineares com GeoGebra*. Disponível em <<https://www.geogebra.org/m/haar5brw>>. Acesso em: 27 jun. 2021.
- [13] LOPES, T. B.; SANTOS, L. G. dos. O uso do GeoGebra como ferramenta auxiliar para estudo da reta tangente a um gráfico. *RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação*, v.14, n°2, 2016.
- [14] MORAES, E. A. *Metodologias ativas no ensino da Álgebra Linear: um estado de arte*, 2020. 58p. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2020.
- [15] OLIVEIRA, M. M. *Como fazer pesquisa qualitativa*. 4ª ed. Petrópolis: Vozes, 2012.
- [16] PARANÁ. *Referencial Curricular para o Ensino Médio do Paraná*. Secretaria de Educação e do Esporte do Estado do Paraná, 2021
- [17] REIS, M. A. L. *A utilização do GeoGebra no ensino das Transformações Lineares*, 2020. 63p. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2020.
- [18] SANCHES, M. H. F. *Efeitos de uma estratégia diferenciada dos conceitos de matrizes*, 2002. 138p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2002.
- [19] SANTANA, F. T.; MACEDO, I. M. A.; MARCONE, M. H. F.; SANTANA, F. L. "Inovação no processo de ensino e aprendizagem de álgebra linear usando o software geogebra". *Brazilian Journal of Development*, Curitiba, v. 5, n° 9, p. 15095-15105, 2019.
- [20] SÃO PAULO. Secretaria de Estado da Educação. *Diretriz Curricular de Tecnologia e Inovação*. São Paulo SEE, 2019.
- [21] SÃO PAULO. *Currículo Paulista*. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, 2019.
- [22] SILVA, Ana Paula. *A utilização do software GeoGebra no ensino de Geometria: uma experiência em uma turma do 3º ano do Ensino Médio*, 2019. 86p. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal de São João del Rei, São João del Rei, 2019.
- [23] Todescat, M.; Santos, N. *Universidade e a EAD na Sociedade do Conhecimento: Contemporaneidade Organizacional*. In: 4º Seminário Nacional ABED de Educação a Distância "Apoio ao aluno para o sucesso a aprendizagem", Brasília - DF, 2006.

Glaucia Maria Bressan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Departamento Acadêmico de Matemática
<glauciabressan@utfpr.edu.br>

Patricia Spati
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Departamento Acadêmico de Matemática
<patispati@gmail.com>

Elenice Weber Stiegelmeier
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Departamento Acadêmico de Matemática
<elenicew@utfpr.edu.br>

Recebido: 29/09/2021
Publicado: 12/07/2022