PROFESSOR DE MATEMÁTICA ONLINE
Revista eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática

PMO v.12, n.2, 2023
ISSN: 2319-023X
https://doi.org/10.21711/2319023x2023/pmo1112

Atividade didática envolvendo o funcionamento do GPS

Victor Rigoni de Lima   Abraão Santana Pezente   Douglas Gusmão Ferreira
Alcebiades Dal Col

Resumo

O presente trabalho realiza a descrição de uma atividade didática para o 2º e 3º ano do Ensino Médio, com a temática de circunferências e esferas. Tem-se como objetivo motivar o ensino do tema na educação básica e fazer com que o estudante compreenda uma aplicação de grande impacto e muito presente no mundo atual: o GPS. Espera-se que o estudante entenda a importância do estudo de tal tema na matemática e compreenda como o GPS consegue localizar objetos e pessoas ao redor do mundo. Para atingir os objetivos, a atividade foi pensada em três momentos: o problema bidimensional trabalhado de maneira concreta com os estudantes, o problema tridimensional com o GeoGebra e, por fim, a descrição matemática dos elementos explorados nas etapas anteriores. Deseja-se que os alunos sejam protagonistas durante as atividades e que o professor seja o mediador desse processo de aprendizagem, apresentando, articulando e conduzindo as atividades e demais discussões que podem surgir.

Palavras-chave: Circunferência; Esfera; Educação; GPS; Sistema de equações quadráticas.

Abstract

The present work describes a didactic activity for the 2nd and 3rd year of High School, with the circles and spheres theme. The objective is to motivate the teaching of the theme in basic education and make the student understand an application of great impact and very present in today's world: the GPS. It is expected that the student understands the importance of studying such a topic in mathematics and understanding how GPS can locate objects and people around the world. To achieve the objectives, the activity was thought of in three moments: the two-dimensional problem worked in a concrete way with the students, the three-dimensional problem with GeoGebra and, finally, the mathematical description of the explorer elements in the previous steps. It is hoped that the students are protagonists during the activities and that the teacher the mediator of this learning process, that is, articulating and conducting the activities and other discussions that may arise.

Keywords: Circumference; Sphere; Education; GPS; System of quadratic equations

1. Introdução

Para que serve a matemática? Trata-se de uma pergunta difícil de ser respondida e cabível a várias respostas. Tal questionamento representa um dos desafios diários, expressos por perguntas

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

dos estudantes e de todos aqueles que lecionam na educação básica e trabalham com a matemática escolar de forma geral. Que respostas nós matemáticos e educadores matemáticos deveríamos fornecer para eles?

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) contribui para esse debate, descrevendo como o processo de ensino, em específico o ensino de matemática, deve ocorrer. O desenvolvimento de habilidades e competências, bem como a busca da formação integral, cidadã, multidisciplinar e crítica dos estudantes deve levá-los naturalmente e organicamente à resposta da pergunta que iniciou esta seção. Uma educação na qual a matemática não tenha serventia, não possa ser vista, analisada e usada para o desenvolvimento integral do estudante, de sua visão com relação ao mundo e da sua aplicação nas mais diversas esferas da vida cotidiana, deixa de fazer sentido.

Nessa perspectiva, a abordagem de assuntos matemáticos para a educação básica passou a buscar ainda mais relações com o cotidiano do estudante e com outras grandes áreas do conhecimento, passando a ter um caráter mais prático e multidisciplinar. Aqui focaremos em uma ferramenta que está presente em todos os celulares dos estudantes, que se usa o tempo inteiro por pessoas e instituições e tem uma relação íntima com a geografia e tecnologia: o GPS.

A sigla GPS significa, em português, Sistema de Posicionamento Global, e o próprio nome já nos diz que é uma ferramenta utilizada para serviços de localização. Quando surgiu, na década de 70, os objetivos de seu uso eram de cunho militar, voltados para o contexto de guerra. Hoje em dia, seu uso abarca diversas áreas, tornando-se uma ferramenta crucial para a manutenção e desenvolvimento da atual sociedade.

Não há dúvidas de que se trata de uma ferramenta de grande importância, mas como se dá o seu funcionamento? A matemática está presente nesse processo? Conseguimos compreender seu funcionamento de forma intuitiva e simples? Essas são algumas das perguntas que serão respondidas no decorrer do presente texto.

2. Atividade Lúdica no Plano

Saber estimular a curiosidade e a busca do estudante pelas respostas às situações-problema abordadas é crucial no processo educativo. Somado isso ao fato de muitos alunos da educação básica possuírem dificuldades na visualização tridimensional de situações, resolveu-se descartar a possibilidade de já iniciar a abordagem do funcionamento do GPS de maneira teórica, com a descrição formal matemática e direto no caso espacial.

Uma alternativa interessante é trabalhar um caso particular: o plano. Assim, a dificuldade presente na visualização é minimizada, e o professor pode trabalhar melhor a matemática intuitiva por trás do problema sem as limitações técnicas e teóricas a respeito do caso tridimensional.

Nesse momento, o objetivo é que os estudantes entendam o funcionamento do GPS no plano. Para atingi-lo, o professor deve ser o mediador, fazendo com que os estudantes sejam os agentes ativos do processo. Além disso, sugere-se que a atividade seja realizada em um ambiente externo à sala de aula, porém, conhecidas as possíveis limitações de espaço, o professor pode facilmente adaptá-la para a sala de aula, utilizando uma mesa, cartolinas ou o próprio quadro.

2.1. Mãos à Obra

Inicialmente, é necessário desenhar uma circunferência para representar o Planeta Terra e uma outra, de mesmo centro e raio maior, para representar a órbita dos satélites.

Figura 1: Terra e órbita do satélite

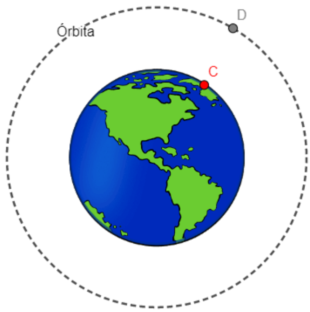
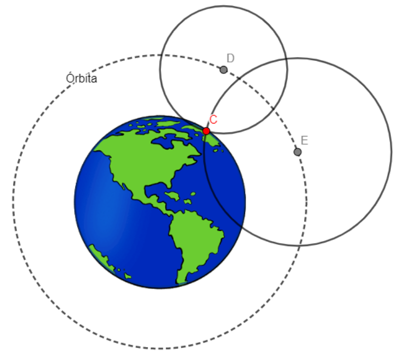


Figura 2: Dois satélites



A partir daí, deve-se pedir aos estudantes que escolham um ponto na circunferência que representa a Terra para ser o ponto que o GPS deve localizar, e outro ponto na órbita para representar um satélite. Por exemplo, considere os dois pontos C e D na Figura 1. A princípio, as limitações para as posições dos satélites serão desconsideradas, mas serão discutidas posteriormente.

Depois, os estudantes devem medir, com o auxílio de uma régua ou outro instrumento, a distância do satélite até o objeto o qual se deseja localizar, denotada por $\mathrm{r} = \mathrm{d}(\mathrm{C}, \mathrm{D})$. É interessante destacar para os alunos o processo prático por trás do cálculo dessa distância. Os satélites emitem um sinal que viaja na velocidade da luz, dada por $\mathrm{c} \approx 3 \times 10^8$ m/s, e verificam o tempo t gasto para chegar até o receptor e, assim, calculam a distância através de $\mathrm{r} = \mathrm{c} \cdot \mathrm{t}$.

Conhecida a distância, os pontos possíveis para a posição do objeto formam uma circunferência de centro em D e raio r, que pode ser construída com o auxílio de um barbante. Nesse sentido, tem-se um ótimo momento para questionar os estudantes sobre a ineficiência de um único satélite na determinação da posição do objeto, já que se tem infinitos pontos possíveis.

Logo, é necessário repetir o processo descrito, considerar um segundo satélite, representado pelo ponto E na Figura 2, medir a distância dele até o ponto C e construir a circunferência de pontos possíveis. Nesse contexto, o ponto C, o qual se deseja localizar, pertence às duas circunferência construídas até então, ou seja, é um ponto na interseção[1].

A Figura 2 ilustra o processo descrito acima e nela verifica-se a existência de dois pontos na interseção das circunferências, de modo que, um dos pontos pertence à Terra e outro não. Como o raio da circunferência Terra é aproximadamente 3365 km, na prática, basta verificar qual ponto possui coordenadas que satisfazem aproximadamente a equação da circunferência da Terra[2], $\mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 \approx 3365^2$.

Também faz-se necessário discutir com os estudantes as possíveis posições dos dois satélites escolhidos. Por exemplo, caso os dois sejam diametralmente opostos em relação à Terra, podem fornecer uma única solução, como na Figura 3, mas também podem fornecer duas soluções que satisfazem a equação da circunferência da Terra, como na Figura 4, o que é um problema.

[1]Nesse momento, é interessante indagar os estudantes em relação às possíveis posições relativas entre duas circunferências, bem como a quantidade de pontos nessas interseções.

[2]Na prática, sabe-se que a Terra não é uma esfera perfeita, ou, nesse caso plano, uma circunferência. Nesse sentido, é necessário utilizar uma aproximação.

Figura 3: Satélites diametralmente opostos

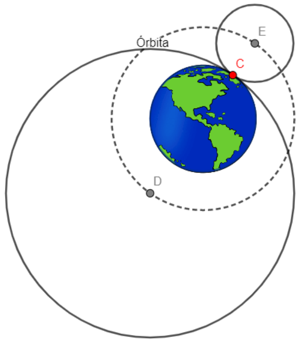
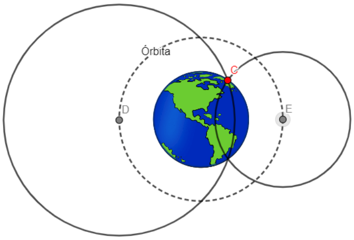


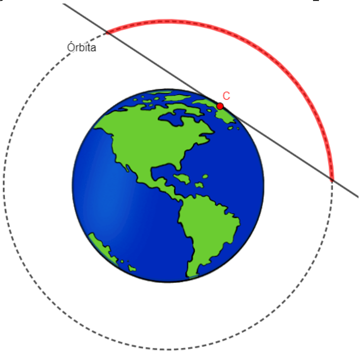
Figura 4: Satélites diametralmente opostos



A fim de resolver a problemática apresentada, basta que não sejam escolhidos satélites diametralmente opostos. Indo além, vamos selecionar dois satélites visíveis a partir do ponto C na Terra. Para explicar de forma intuitiva, pode-se trabalhar os satélites visíveis como sendo aqueles dos quais o ponto C consegue receber o sinal enviado. Ou seja, não se pode considerar satélites para os quais o sinal enviado deve atravessar a Terra para chegar ao ponto C, pois, assim, ele seria perdido ou sofreria muitas interferências e poderia não chegar até o receptor.

Visualmente, os satélites podem ser escolhidos na órbita e acima da reta tangente à circunferência no ponto C; observe a Figura 5, na qual a região descrita foi colorida em vermelho[3]. Observe também a Figura 2, na qual os satélites foram escolhidos respeitando a condição descrita. Além do mais, vale mencionar para os alunos que, na prática, os satélites são lançados de forma que os problemas mencionados, e também diversos outros, não aconteçam.

Figura 5: Posições visíveis dos satélites a partir do ponto C



Por fim, ao terminar essa atividade, é importante que os estudantes tenham entendido a ideia intuitiva do funcionamento do GPS, o processo de escolha dos satélites visíveis, e que o ponto a ser localizado satisfaça a equação das circunferências obtidas dos satélites, ou seja, trata-se de um ponto na interseção delas.

[3]Pode-se destacar para os alunos que a região dos satélites visíveis, nesse caso, é um arco de circunferência. Mais especificamente, trata-se de um arco da circunferência que representa a órbita

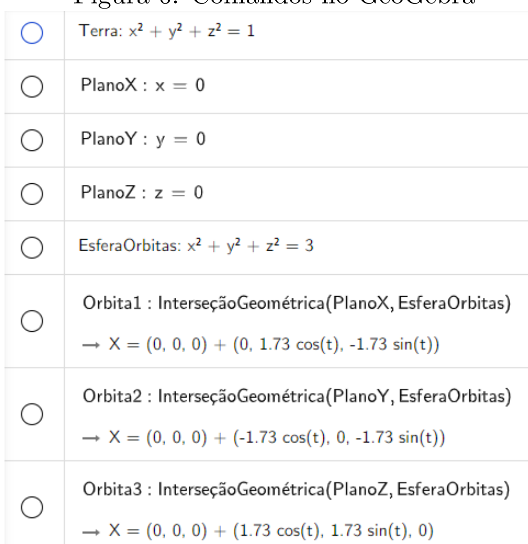
3. Entendendo o Funcionamento Tridimensional com Ajuda do GeoGebra

Compreendidos todos os passos feitos no plano, pode-se iniciar a abordagem do problema no ambiente tridimensional, o qual se trata de uma generalização do caso bidimensional. Além disso, como uma possibilidade de modelagem para o problema tem-se o uso do GeoGebra, que ajuda a minimizar a dificuldade de visualização tridimensional, destacada anteriormente.

3.1. Um Desafio Extra: Uma Nova Dimensão

No GeoGebra, deve-se construir uma esfera para representar o Planeta Terra, o que pode ser feito inserindo a equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, por exemplo[4]. Para representar as órbitas dos satélites, uma possibilidade é construir uma esfera de mesmo centro e raio maior que a esfera da Terra[5] e tomar sua interseção com os planos $x = 0$, $y = 0$ e $z = 0$ através do comando *InterseçãoGeométrica(Plano, Quádrica)*[6], como pode ser visto na Figura 6. Destaca-se que uma boa escolha de cores e a utilização de curvas pontilhadas podem facilitar a visualização, como é visto nas Figuras 7 e 8.

Figura 6: Comandos no GeoGebra



Inicialmente, deve-se considerar um ponto A a ser localizado pelo GPS e um satélite representado pelo ponto B. Como visto anteriormente, a escolha dos satélites deve ser feita de maneira que eles sejam visíveis a partir do ponto A, ou seja, o sinal emitido por eles deve chegar ao ponto A sem sofrer grandes perdas ou interferências e sem atravessar a esfera da Terra. Sabe-se que o satélite consegue calcular a distância do objeto a ser localizado emitindo sinais e verificando o tempo que demoram para chegar até o receptor. Essa distância mede $d(A, B) = r$, e as possíveis localizações para o ponto A formam uma esfera de centro B raio r, que pode ser construída utilizando o comando *Esfera(B,A)* no GeoGebra[7]. Observe a Figura 9, na qual verifica-se que um

[4]A escolha do centro e raio da esfera fica a cargo do leitor.
[5]Nesse caso, utilizou-se uma esfera de raio $\sqrt{3}$.
[6]Os termo *Plano e Quadrática* consistem nos rótulos dados/definidos no GeoGebra
[7]Nesse momento, é interessante questionar os alunos quanto às semelhanças com o processo iniciado no plano.

Figura 7: Planeta Terra e órbitas

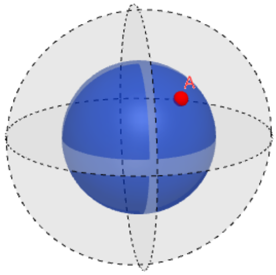
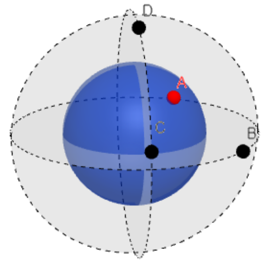


Figura 8: Planeta Terra e satélites



único satélite é ineficiente para fornecer a localização precisa.

Por consequência, é necessário um segundo satélite, representado pelo Ponto C. Com ele, mede-se a distância $d(A, C)$, de onde segue que as possíveis posições para o ponto A são os pontos da esfera de centro em C e raio $d(A, C)$, que pode ser construída com o comando *Esfera(C,A)*. A situação pode ser visualizada na Figura 10.

Figura 9: Um satélite

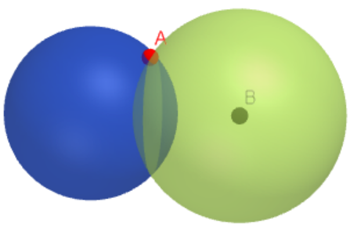
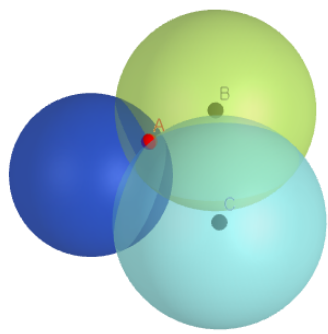


Figura 10: Dois satélites



Nesse momento, é importante questionar os alunos em relação às possíveis interseções entre duas esferas. Pela limitação das posições dos satélites, as esferas construídas possuem como interseção uma circunferência. Para facilitar a visualização, esse processo pode ser explorado no GeoGebra com o uso do comando *InterseçãoCônica(Quádrica, Quádrica)*.

Como o ponto A pertence às duas esferas, a princípio, sua posição pode ser qualquer ponto na interseção, ou seja, na circunferência. Portanto, o uso de apenas dois satélites não fornece uma localização precisa. Assim, faz-se necessário um terceiro satélite, indicado pelo ponto D. Como antes, mede-se a distância dele ao ponto A e obtém-se uma esfera, como na Figura 11.

Agora, como o ponto A pertence às 3 esferas, trata-se de um ponto localizado na interseção. Porém, visualizar a interseção entre 3 esferas não é simples e requer cuidado e atenção com os estudantes. Novamente, tem-se como possibilidade o uso do GeoGebra com o comando *InterseçãoCônica(Quádrica, Quádrica)* para construir a interseção entre as 3 esferas. Para cada par de esferas obtidas dos satélites, tem-se que a interseção é uma circunferência no espaço, de modo que a interseção das 3 esferas retornará 2 pontos, sendo um deles o ponto A e o outro, o ponto E, fora da superfície da Terra, como na Figura 12.

Nesse momento, é importante instigar os alunos quanto à resolução do problema acerca da determinação de qual dos dois pontos é o desejado. Tal problema pode ser resolvido ao observar que o ponto E está fora da superfície da Terra, ou seja, na vida real, ele não satisfaz aproximadamente a equação da esfera que representa a Terra, $x^2 + y^2 + z^2 \approx 3365^2$.

Ao final dessa atividade, é esperado que os estudantes tenham compreendido que o processo de determinar a localização de um ponto na superfície da Terra com o uso do GPS recai na determinação de um ponto na interseção das três esferas obtidas dos satélites.

Figura 11: Três satélites

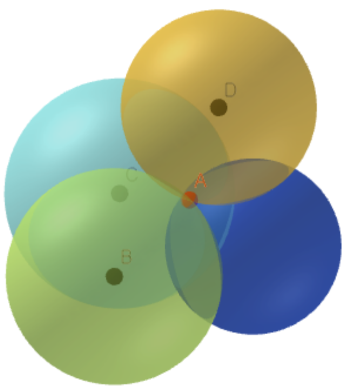


Figura 12: Interseção entre os satélites

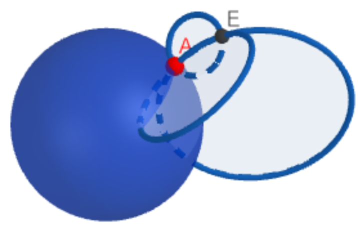
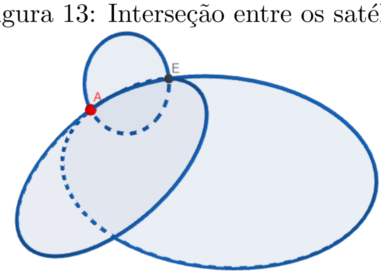


Figura 13: Interseção entre os satélites



4. O Funcionamento Descrito Matematicamente

Após a realização e compreensão das etapas anteriores, tem-se um ótimo cenário para iniciar a descrição matemática por trás do problema. Novamente, uma boa escolha é iniciar a descrição para o caso bidimensional, para posteriormente descrever o problema no espaço.

Nessa seção, também serão apresentadas formas de resolução de sistemas quadráticos, um conteúdo que não é comumente visto na educação básica. Nesse sentido, fica a cargo do professor trabalhar a solução detalhada dos sistemas com os alunos, passo a passo, com métodos e estratégias de solução, ou apenas a solução via algum *software*, como o *SciLab* ou *Maxima*.

4.1. Primeiro, Vamos Atacar o Problema Bidimensional

Como visto antes, o ponto o qual se deseja localizar na superfície da Terra está na interseção das circunferências obtidas dos satélites, como na Figura 2. Ou seja, ele satisfaz a equação das duas circunferências, logo, é uma solução do sistema formado por essas duas equações.

Selecionados os dois satélites, de coordenadas $C_1 = (a_1, b_1)$ e $C_2 = (a_2, b_2)$, as coordenadas (x, y) do ponto procurado na Terra são dadas por uma solução do sistema

$$\begin{cases} (x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 &= r_1^2 \quad (1) \\ (x-a_2)^2 + (y-b_2)^2 &= r_2^2 \quad (2) \end{cases}$$

Esse sistema requer atenção ao ser trabalhado, pois pode ser algo natural para o professor, mas será o primeiro contato dos estudantes com sistemas quadráticos. Nesse sentido, o professor deve estimular os alunos a pensarem em formas de resolver o problema, ao fazer analogias com métodos utilizados para resolver sistemas lineares, como operações entre as equações.

Nessa perspectiva, uma forma de resolvê-lo consiste em trocar a primeira equação por (1) − (2) e manter a segunda equação, que resulta no sistema equivalente

$$\begin{cases} 2(a_2-a_1)x + 2(b_2-b_1)y &= r_1^2 - r_2^2 + (a_2^2 - a_1^2) + (b_2^2 - b_1^2) \quad (3) \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 &= r_2^2 \quad (4) \end{cases}$$

Dessa forma, ao isolar uma das variáveis na equação (3), digamos que variável x, e substituir na equação (4), obtém-se uma equação do segundo grau na variável y que, ao ser resolvida, retorna os dois possíveis valores de y, que são as coordenadas de y para os dois pontos esperados na interseção. Por fim, ao substituir na primeira equação as coordenadas de y encontradas, obtém-se as respectivas coordenadas para x. Portanto, esse processo de solução do sistema retorna exatamente os dois pontos na interseção das circunferências.

Assim, para decidir qual dos dois pontos é o ponto procurado, basta substituir, na equação da circunferência que representa o Planeta Terra, as coordenadas (x, y) dos dois pontos encontrados e verificar qual deles satisfaz essa equação. O ponto com essa propriedade, será o ponto o qual se deseja localizar.

Por fim, vale ressaltar que esse processo algébrico depende do domínio dos conteúdos e exige abstração por parte dos alunos. Além disso, na maioria das vezes, as coordenadas dos satélites e do ponto a ser localizado serão compostas por números não inteiros, com casas decimais, o que aumenta ainda mais a dificuldade de resolução dos sistemas. Nesse sentido, é interessante que o professor trabalhe a resolução de sistemas quadráticos através de exemplos numéricos, que não se limitam apenas às circunferências trabalhadas no modelo elaborado para o GPS. Como exemplo, pode-se utilizar o método descrito anteriormente para resolver o sistema

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 &= 1 \quad (5) \\ x^2 + y^2 &= 1 \quad (6) \end{cases}$$

Após estimular os alunos para a resolução do problema, como uma alternativa ou complemento ao processo puramento algébrico, tem-se o uso de algum *software* digital para fornecer a solução do sistema. Indo além, ao obter as soluções, pode-se fazer um paralelo com o GeoGebra e as circunferências para conferir se as soluções são plausíveis ou não.

4.2. Diversão em 3 Dimensões

Com todos os ingredientes em mãos, parece natural buscar uma generalização para o problema no espaço. Porém, é necessário ter muito cuidado com os estudantes nesse processo, pois ele envolve a equação da esfera, geometria analítica em $\mathbb{R}^3$ e sistemas quadráticos, conteúdos que não são comumente vistos pelos estudantes da educação básica.

Como antes, o ponto o qual se deseja localizar com o GPS está presente na interseção das 3 esferas obtidas através dos satélites. Para ilustrar, veja novamente a Figura 11. Ou seja, considerando os três satélites de coordenadas $C_1 = (a_1, b_1, c_1)$, $C_2 = (a_2, b_2, c_2)$ e $C_3 = (a_3, b_3, c_3)$, o ponto procurado aparece como solução do sistema abaixo

$$\begin{cases} (x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 + (z-c_1)^2 &= r_1^2 \quad (7)\\ (x-a_2)^2 + (y-b_2)^2 + (z-c_2)^2 &= r_2^2 \quad (8)\\ (x-a_3)^2 + (y-b_3)^2 + (z-c_3)^2 &= r_3^2 \quad (9) \end{cases}$$

Esse sistema pode ser relacionado com a atividade desenvolvida no GeoGebra e explorado através de perguntas aos estudantes, como, por exemplo, a quantidade de soluções esperadas.

Partindo para a solução do sistema, pode-se trocar a primeira equação por (7) − (9), a segunda equação por (8) − (9) e manter a terceira equação. Dessa maneira, os termos x^2, y^2 e z^2 nas duas primeiras equações serão eliminados e o sistema equivalente é

$$\begin{cases} 2(a_3-a_1)x + 2(b_3-b_1)y + 2(c_3-c_1)z &= A_1 \quad (10)\\ 2(a_3-a_2)x + 2(b_3-b_2)y + 2(c_3-c_2)z &= A_2 \quad (11)\\ (x-a_3)^2 + (y-b_3)^2 + (z-c_3)^2 &= r_3^2 \quad (12) \end{cases}$$

com

$$A_1 = r_1^2 - r_3^2 + (a_3^2 - a_1^2) + (b_3^2 - b_1^2) + (c_3^2 - c_1^2) \quad (13)$$

$$A_2 = r_2^2 - r_3^2 + (a_3^2 - a_2^2) + (b_3^2 - b_2^2) + (c_3^2 - c_2^2). \quad (14)$$

Em seguida, deve-se considerar apenas as duas primeiras equações

$$\begin{cases} 2(a_3-a_1)x + 2(b_3-b_1)y &= A_1 - 2(c_3-c_1)z \quad (15)\\ 2(a_3-a_2)x + 2(b_3-b_2)y &= A_2 - 2(c_3-c_2)z \quad (16) \end{cases}$$

e resolver esse sistema para x e y em função de z, utilizando a Regra de Cramer. Encontradas as soluções, deve-se substituí-las na equação (12), de onde originará uma equação quadrática na variável z que, ao ser resolvida, fornecerá as duas coordenadas de z para os pontos na interseção das esferas. Substituindo em x e y as coordenadas encontradas para z, determinam-se exatamente as coordenadas dos dois pontos na interseção.

Desses dois pontos encontrados, sabe-se que um pertence à esfera que representa a Terra e outro não. Dessa maneira, pode-se proceder da mesma forma como foi feito para o caso bidimensional e verificar qual dos dois pontos satisfaz a equação da esfera.

Por fim, assim como feito para o caso bidimensional, sugere-se que a resolução desses sistemas seja trabalhada também através de exemplos numéricos, com atribuição de valores para a_i, b_i, c_i, r_i, com $i = 1, 2, 3$. Além disso, o professor pode fazer uso de algum *software* digital para resolver o sistema apresentado e utilizar o GeoGebra com as esferas para relacionar e julgar a plausibilidade das soluções encontradas.

5. Considerações Finais

Ao final da sequência didática, é esperado que a atividade tenha despertado no estudante o interesse para entender o funcionamento de elementos do dia a dia, através de ferramentas matemáticas. Quanto ao tema abordado, é esperado que o estudante tenha compreendido o funcionamento intuitivo do GPS, e que ele seja capaz de estabelecer as relações deste com a matemática, o seu cotidiano e outras áreas do conhecimento, como a Física e a Geografia.

Por fim, espera-se que a sequência didática tenha criado uma nova camada conceitual relacionada aos assuntos matemáticos trabalhados e que tais conhecimentos tenham sido internalizados e estejam prontos para plena aplicação dos estudantes no mais diversos contextos.

Referências

[1] Andressa T Diefenthaler, Bruna M Oliveira, Maira S Brigo, Alisso V Beerbaum, e Isabel K Battisti. *Para onde você quer ir? a matemética e o gps em uma oficina para alunos do ensino médio*. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, 5(1), 2017.

[2] Base Nacional Comum Curricular. URL http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em 9 de junho de 2022.

[3] Como funciona o gps? URL http://www.ime.unicamp.br/ apmat/o-sistema-gps/. Acesso em 9 de junho de 2022.

[4] Christiane Rousseau e Yvan Saint-Aubin. *Matemática e Atualidade Volume 1.*. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2021.

Victor Rigoni de Lima
Universidade Federal do Espírito Santo
<victor.lima.42@edu.ufes.br>

Abraão Santana Pezente
Universidade Federal do Espírito Santo
<abraao.pezente@edu.ufes.br>

Douglas Gusmão Ferreira
Universidade Federal do Espírito Santo
<douglas.g.ferreira@edu.ufes.br>

Alcebiades Dal Col
Universidade Federal do Espírito Santo
<alcebiades.col@@ufes.br>

Recebido: 21/09/2022
Publicado: 25/05/2023